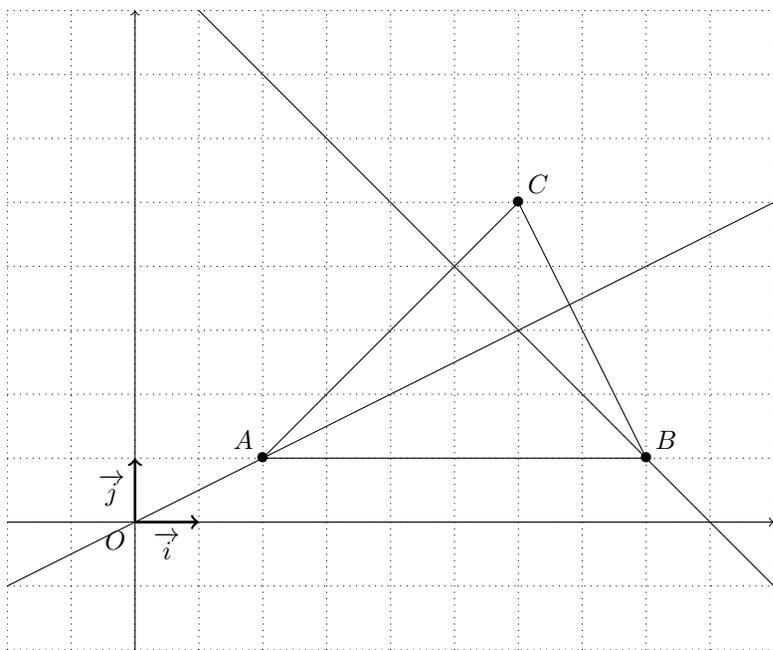


Devoir non surveillé

Droites remarquables du triangle

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé. On considère le triangle suivant :



Hauteurs du triangle ABC

L'objectif de cette partie est de montrer que les hauteurs du triangle ABC sont concourantes en un point H .

1. Quelles sont les coordonnées des points A , B et C dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) ?

- On considère la droite \mathcal{D}_1 d'équation $x - 2y = 0$.
 - Vérifier que le point A appartient à la droite \mathcal{D}_1 .
 - Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à \mathcal{D}_1 , que l'on note \vec{n}_1 .
 - Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{BC} .
 - Calculer $[\overrightarrow{BC}, \vec{n}_1]$.
 - Que peut-on en déduire ?
- On note \mathcal{D}_2 la hauteur issue de B .
 - Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .
 - En déduire une équation cartésienne de la droite \mathcal{D}_2 .
- Intersection des droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .
 - Montrer que les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont sécantes.
 - On note $H(x_H, y_H)$ le point d'intersection des deux hauteurs \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .
Déterminer les coordonnées de H .
- On note \mathcal{D}_3 la hauteur issue de C .
 - Tracer \mathcal{D}_3 sur la figure (annexe).
 - Déterminer une équation cartésienne de la droite \mathcal{D}_3 .
 - Vérifier que le point H appartient aussi à la droite \mathcal{D}_3 .
 - Conclure.

Centre du cercle circonscrit au triangle ABC

On admet que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. L'objectif de cette partie est de déterminer les coordonnées de Ω , centre du cercle circonscrit au triangle ABC .

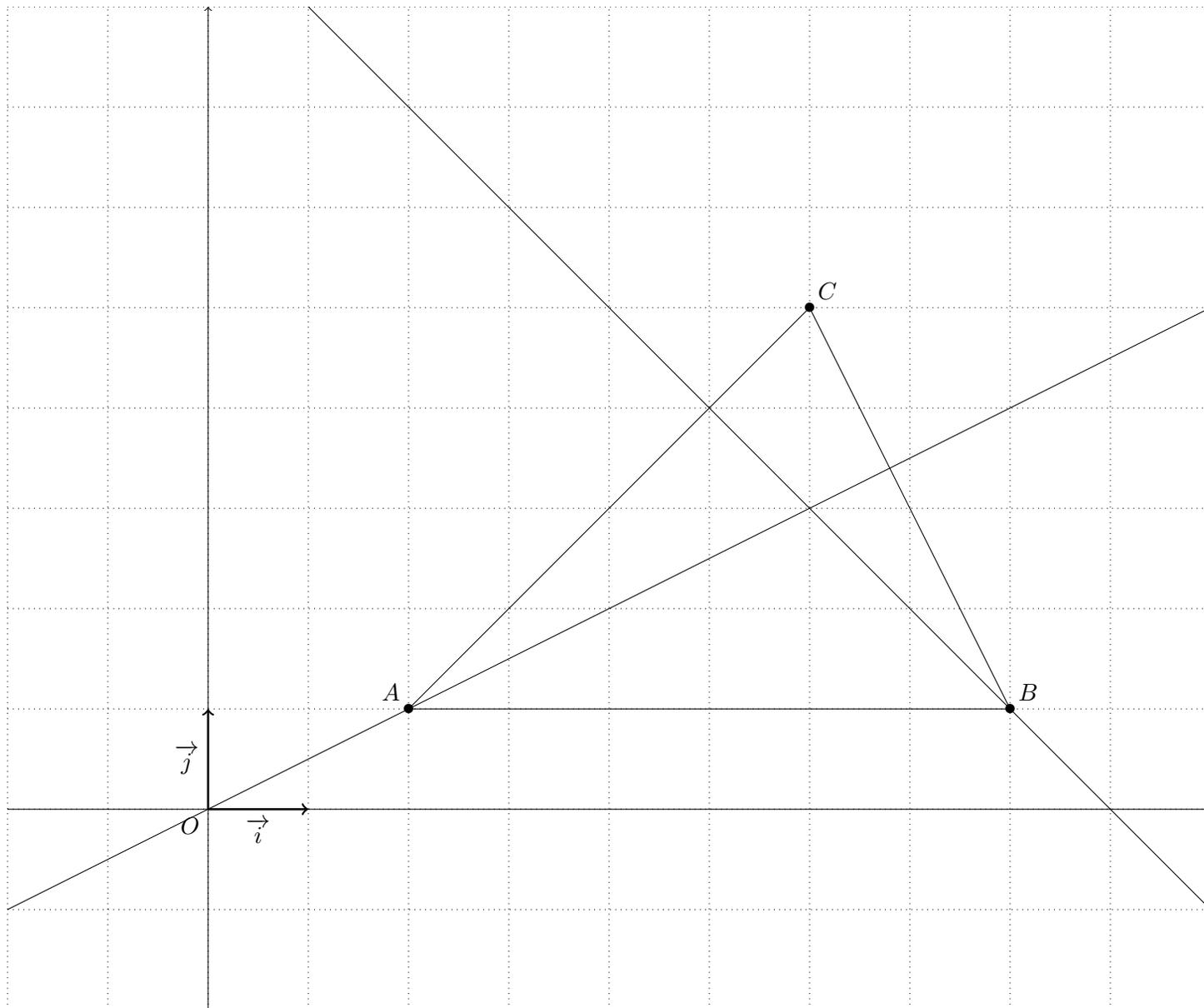
On note I, J, K les milieux des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$.

6. Placer les points I, J et K sur la figure (annexe) et déterminer leurs coordonnées par le calcul.
7. On note \mathcal{L}_1 la médiatrice du segment $[AB]$. Tracer la droite \mathcal{L}_1 sur la figure (annexe) et déterminer une équation cartésienne de \mathcal{L}_1 .
8. On note \mathcal{L}_2 la médiatrice du segment $[BC]$. Tracer la droite \mathcal{L}_2 sur la figure (annexe) et déterminer une équation cartésienne de \mathcal{L}_2 .
9. On note Ω le point d'intersection des droites \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 . Déterminer les coordonnées de Ω .

Centre de gravité et alignement

On admet que les médianes d'un triangle sont concourantes. L'objectif de cette partie est de déterminer les coordonnées de G , centre de gravité du triangle ABC .

10. Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{n} \begin{pmatrix} -u_2 \\ u_1 \end{pmatrix}$ deux vecteurs. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{n}$.
Que peut-on en déduire ?
11. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AJ) .
12. Déterminer une équation cartésienne de la droite (CI) .
13. Déterminer les coordonnées du point G , centre de gravité du triangle ABC .
14. Montrer que les points H, Ω et G sont alignés.



DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE