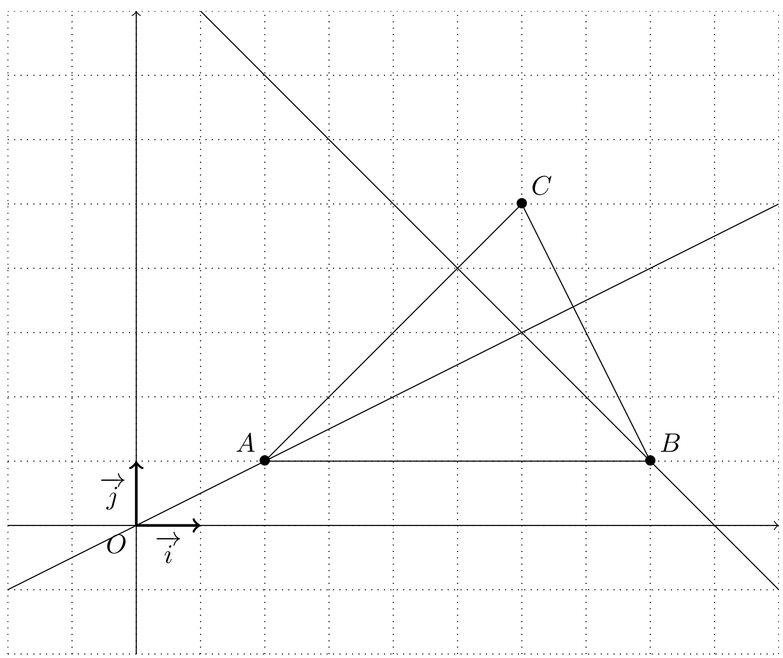
Devoir non surveillé

Droites remarquables du triangle

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé. On considère le triangle suivant :



Hauteurs du triangle ABC

L'objectif de cette partie est de montrer que les hauteurs du triangle ABC sont concourantes en un point H.

1. Quelles sont les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$?
2. On considère la droite $\mathscr{D}_1$ d'équation $x-2y=0$.
   (a) Vérifier que le point A appartient à la droite $\mathscr{D}_1$.
   (b) Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à $\mathscr{D}_1$, que l'on note $\vec{n}_1$.
   (c) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.
   (d) Calculer $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{n_1}\right]$.
   (e) Que peut-on en déduire ?
3. On note $\mathscr{D}_2$ la hauteur issue de B.
   (a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   (b) En déduire une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}_2$.
4. Intersection des droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$.
   (a) Montrer que les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes.
   (b) On note $H(x_H,y_H)$ le point d'intersection des deux hauteurs $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$.
   Déterminer les coordonnées de H.
5. On note $\mathscr{D}_3$ la hauteur issue de C.
   (a) Tracer $\mathscr{D}_3$ sur la figure (annexe).
   (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}_3$.
   (c) Vérifier que le point H appartient aussi à la droite $\mathscr{D}_3$.
   (d) Conclure.

Centre du cercle cirsconscrit au triangle ABC

On admet que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. L'objectif de cette partie est de déterminer les coordonnées de Ω, centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

On note I, J, K les milieux des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$.

6. Placer les points I, J et K sur la figure (annexe) et déterminer leurs coordonnées par le calcul.
7. On note $\mathscr{L}_1$ la médiatrice du segment $[AB]$. Tracer la droite $\mathscr{L}_1$ sur la figure (annexe) et déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{L}_1$.
8. On note $\mathscr{L}_2$ la médiatrice du segment $[BC]$. Tracer la droite $\mathscr{L}_2$ sur la figure (annexe) et déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{L}_2$.
9. On note Ω le point d'intersection des droites $\mathscr{L}_1$ et $\mathscr{L}_2$. Déterminer les coordonnées de Ω.

Centre de gravité et alignement

On admet que les médianes d'un triangle sont concourantes. L'objectif de cette partie est de déterminer les coordonnées de G, centre de gravité du triangle ABC.

10. Soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} -u_2 \\ u_1 \end{pmatrix}$ deux vecteurs. Calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{n}$.
    Que peut-on en déduire ?
11. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AJ).
12. Déterminer une équation cartésienne de la droite (CI).
13. Déterminer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle ABC.
14. Montrer que les points H, Ω et G sont alignés.

\AM@currentdocname .png

.png