

## DM7 : Matrices et polynômes

### À rendre avant le lundi 01/04/2024

Il sera tenu compte dans la notation de la copie :

**1. De la qualité de la rédaction :**

justification des affirmations, introduction des variables utilisées, utilisation à bon escient des symboles  $\implies$ ,  $\iff$ ,  $=$  ...

**2. De la présentation :**

résultats encadrés, calculs bien présentés, écriture aérée et lisible...

#### CONSIGNES :

1. Faire le DM7 sur feuille, comme vous le rédigeriez en DS, sans inscrire son nom et son prénom (votre copie doit rester anonyme).
2. Télécharger une application du type Genius Scan sur votre téléphone.
3. Scanner votre production et l'exporter au format pdf (attention à ne générer qu'un pdf seulement).
4. Renommer ce pdf NOM.DM7.pdf
5. Déposer ce pdf via moodle sur monbureau numerique avant lundi 01/04/2024.

On considère la matrice réelle  $A = \begin{pmatrix} 4 & -15 & 3 \\ 1 & -4 & 1 \\ 2 & -10 & 3 \end{pmatrix}$ .

$I_3$  désigne la matrice identité de  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. On pose  $B = A - I_3$ .
  - a. Calculer  $B^2$ .
  - b. En déduire une relation entre  $A^2$ ,  $A$  et  $I_3$ .
2. On considère le polynôme  $P = X^2 - 2X + 1$ . Déterminer les racines de  $P$ .
3. a. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Écrire la relation de division euclidienne de  $X^n$  par  $P$ , dont le reste sera noté  $R_n$ .
  - b. Déterminer  $R_n$ .
4. Déduire de ce qui précède l'expression de  $A^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$  ;
5. Proposer une autre méthode pour déterminer  $A^n$ .

\*\*\*\*\*

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels et  $n$  un entier naturel.

Calculer  $\int_a^b (x - a)^n (x - b)^n dx$ .