

NOM :
Prénom :

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 - Mathématiques

Durée : 2 heures - Calculatrice autorisée

Il sera tenu compte dans la notation de la copie :

1. De la qualité de la rédaction :

justification des affirmations, introduction des variables utilisées, utilisation à bon escient des symboles \implies , \iff , $=$...

2. De la présentation :

résultats encadrés, calculs bien présentés, écriture aérée et lisible...

Exercice 1. (6 points)

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$.

- Vérifier que $x_0 = -1$ est une racine de $P(x)$.
- En déduire une factorisation de $P(x)$ par division euclidienne.
- Résoudre l'inéquation $P(x) \leq 0$ (E_1).

On considère l'inéquation

$$2 \ln(x) + \ln(2x + 5) \leq \ln(2 - x) \quad (E_2).$$

- Déterminer le domaine de définition de (E_2).
- Résoudre (E_2).

Exercice 2. (7 points) *Donnée* : $\sqrt{169} = 13$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose

$$P(x) = 9x^2 + 5x - 4.$$

6. Recopier et compléter l'assertion suivante :

x_1 et x_2 sont les du polynôme $P(x)$ si et seulement si $x_1 + x_2 = \dots$ et $x_1 \times x_2 = \dots$.

7. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$ (E_3).

8. Vérifier le résultat de la question 7.

9. Factoriser le polynôme $P(x)$.

10. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation

$$P(x) > 0. \quad (E_4)$$

11. À l'aide d'un changement de variables, résoudre dans \mathbb{R} l'équation

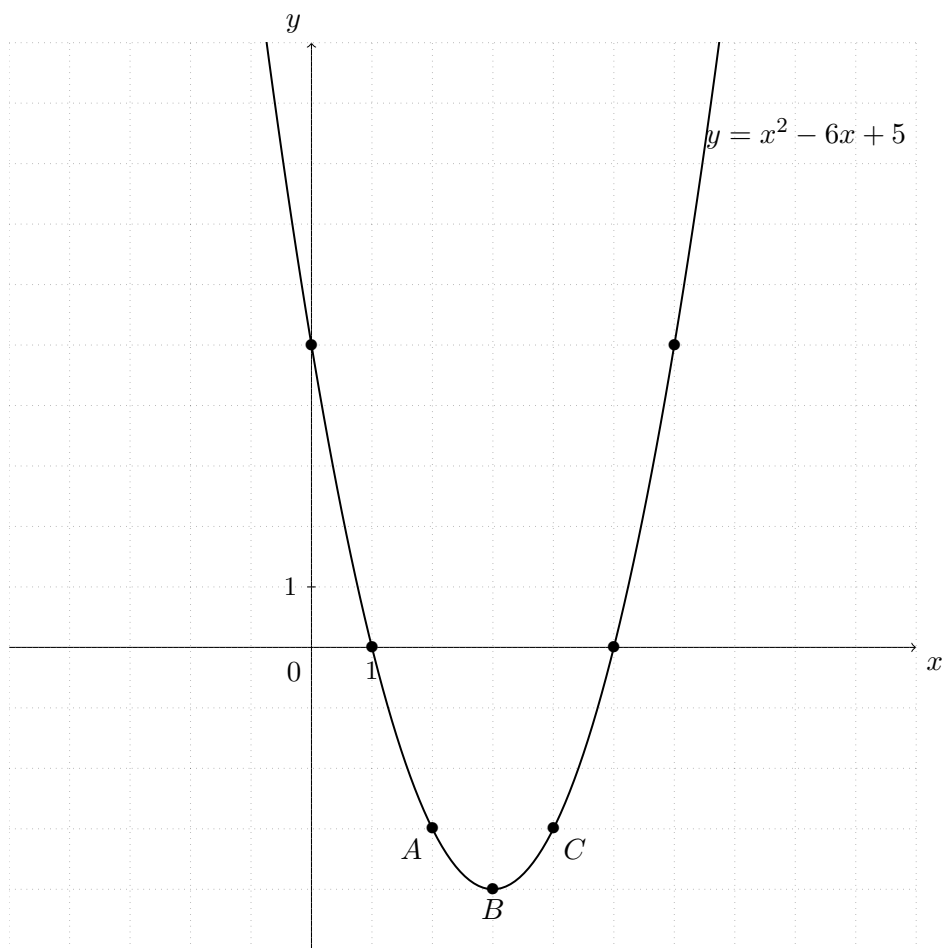
$$9x^4 + 5x^2 - 4 = 0. \quad (E_5)$$

12. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation

$$9e^{2x} + 5e^x - 4 > 0. \quad (E_6)$$

Exercice 3. (7 points) Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = |x^2 - 6x + 5| \quad \text{et} \quad g(x) = 5 - x.$$



13. Dresser le tableau de signes de $x^2 - 6x + 5$.

14. On note A' , B' et C' les symétriques des points A , B et C par rapport à l'axe des abscisses. Placer ces points sur le graphique précédent.

15. Sur ce même graphique, représenter la fonction $f(x)$ en rouge (valeur absolue).

16. Sur ce même graphique toujours, représenter la fonction $g(x)$ en vert.

17. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation

$$f(x) = g(x), \quad (E_7)$$

c'est-à-dire

$$|x^2 - 6x + 5| = 5 - x \quad (E_7).$$

18. Retrouver ce résultat par le calcul (disjonction de cas).