Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière scientifique

Voie Technologie et sciences industrielles (TSI)

Annexe 1
Programmes de mathématiques

Classes préparatoires aux grandes écoles

Programme de mathématiques de la classe TSI
1ère année

Classe préparatoire TSI1
Programme de mathématiques

Table des matières

Préambule

Les programmes de mathématiques des classes préparatoires technologiques TSI et TPC sont conçus comme un socle cohérent et ambitieux de connaissances et de capacités, avec l'objectif de préparer les étudiantes et étudiants à poursuivre avec succès dans les écoles et les universités un cursus de formation aux métiers de l'ingénierie, de l'enseignement, de la recherche.

Objectifs de formation

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

En continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires technologiques définissent un corpus de connaissances et de capacités et explicitent six grandes compétences mathématiques :

- **chercher**, mettre en œuvre des stratégies : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner**, argumenter : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer**, utiliser le langage symbolique : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer** à l'écrit et à l'oral : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

Chercher

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.
C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques. . .).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :
- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.
Les programmes proposent des contenus équilibrés d'algèbre, d'analyse et de géométrie, auxquels s'ajoute un enseignement de probabilités visant à consolider les notions étudiées au lycée. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle.

Le choix a été fait d'introduire assez tôt dans l'année un module substantiel visant à consolider ou à introduire des pratiques de calcul (limites des fonctions, dérivation, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles) avant d'introduire les théories sous-jacentes, afin d'en faciliter l'assimilation.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants. Cela doit être notamment la règle lors des séances de travaux dirigés et de travaux pratiques d'informatique.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différentes sections du programme ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques.

Programme

Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Cette section regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres sections, en vue d'être acquises en fin de première année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Rudiments de logique	
Quantificateurs.	L'emploi des quantificateurs en guise d'abréviation est exclu.
Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.	Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs et les connecteurs logiques pour formuler avec précision certains énoncés et leur négation.
b) Ensembles	
Appartenance, inclusion.	Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.
Sous-ensemble (ou partie) de E. Ensemble vide.	
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.	Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes. Notations $E \setminus A$, $\overline{A}$, A^c.
Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.	Un élément de E^p est appelé p-liste ou p-uplet d'éléments de E.
Ensemble des parties d'un ensemble.	Notation $\mathscr{P}(E)$.
c) Propriétés de $\mathbb{N}$ et raisonnement par récurrence	
Propriétés de l'ensemble $\mathbb{N}$.	Les propriétés de l'addition, de la multiplication et de la relation d'ordre dans $\mathbb{N}$ sont supposées connues. Toute construction et toute axiomatique de $\mathbb{N}$ sont hors programme.
Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ a un plus petit élément. Toute partie majorée non vide de $\mathbb{N}$ a un plus grand élément.	
Raisonnement par récurrence.	Dans la pratique, on se limite aux récurrences simple ou double. Les connaissances du cycle terminal sur les suites arithmétiques ou géométriques ou les calculs de sommes pourront servir de premier support d'étude, la mise en œuvre d'un raisonnement par récurrence trouvant progressivement sa place dans des situations variées du programme.
d) Autres méthodes de raisonnement	
Raisonnement par contraposition. Raisonnement par l'absurde.	
Principe d'analyse-synthèse.	Les étudiants doivent savoir distinguer condition nécessaire et condition suffisante. L'objectif est de donner une méthode de résolution détaillée pour les exemples du programme nécessitant ce type de raisonnement. On se limite à des exemples simples en évitant tout excès de technicité.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Applications	
Application (ou fonction) d'un ensemble E dans un ensemble F. Graphe.	Notation $\mathscr{F}(E,F)$. Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F. Toute formalisation est hors programme.
Restriction.	Notation $f\|_A$.
Image directe, image réciproque.	On évite tout développement technique sur la notion d'image réciproque. Notation $f^{-1}(B)$.
Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Interpréter l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité à l'aide du nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

Premier semestre

Pratique calculatoire

Prenant appui sur les acquis de la classe de terminale, cette section a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont étudiées ultérieurement. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise cette section de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Inégalités dans $\mathbb{R}$	
Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de $\mathbb{R}$.	
Compatibilité avec les opérations.	Dresser un tableau de signe.
Résoudre des inéquations. Application à l'étude de la position relative de deux courbes.	
Interpréter graphiquement une inéquation du type $f(x) \leqslant \lambda$.	
L'objectif est une maîtrise élémentaire des inégalités.	
Valeur absolue, inégalité triangulaire.	Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type $\lvert x-a\rvert \leqslant b$.
Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.	
b) Équations, inéquations polynomiales	
Ces notions sont nouvelles pour les étudiants.	
Mise sous forme canonique d'un trinôme du second degré. Discriminant.	
Équation du second degré à coefficients réels.	Recherche des racines complexes d'un polynôme à coefficients réels.
Factorisation d'un polynôme de degré 2.	
Relation entre coefficients et racines des polynômes du second degré.	Déterminer le signe d'un trinôme. Connaissant une racine, en déduire rapidement l'autre en utilisant les relations entre coefficients et racines.
Factorisation d'un polynôme dont une racine est connue.	Savoir factoriser un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 dont une racine est connue.
c) Équations, inéquations trigonométriques	
Cercle trigonométrique, valeurs usuelles.	Trigonométrie dans un triangle rectangle.
Formules exigibles : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.	Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.
Formules de factorisation de $\cos(p) \pm \cos(q)$ et de $\sin(p) \pm \sin(q)$.	Linéarisation de $\cos^2(a)$ et $\sin^2(a)$.
Lignes trigonométriques associées aux transformations $\frac{\pi}{2} \pm a$ et $\pi \pm a$.	Transformation de $a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t)$ en $A\cos(\omega t + \varphi)$.
Tangente d'un angle. Arctangente d'un réel.	Introduction à la fonction arctan, comme permettant de trouver la solution de $\tan(x) = b$ dans $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. Interprétation sur le cercle trigonométrique.
d) Calcul de limites en un point ou à l'infini	
Les étudiants ont peu manipulé les limites au lycée et il convient d'avoir une approche progressive.	
Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse. Exemples de formes indéterminées : $\infty - \infty\ ;\quad 0 \times \infty\ ;\quad 1^{\infty}\ ;\quad \dfrac{0}{0}\ ;\quad \dfrac{\infty}{\infty}.$	

Contenus	Capacités & Commentaires
Limites de référence : $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}\quad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}\quad \lim_{x\to 0}\frac{\exp(x)-1}{x}.$$	Calculer une limite par encadrement ou par comparaison. Ces limites sont l'occasion de varier les situations lors des recherches de limite. La démonstration n'est pas un attendu du premier trimestre.
Croissances comparées. $$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^n}{\exp(x)} \text{ et } \lim_{x\to-\infty} x^n \exp(x) \text{ pour } n\in\mathbb{N}.$$ $$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n} \text{ et } \lim_{x\to 0} x^n \ln x \text{ pour } n\in\mathbb{N}.$$	
Limite d'une fonction composée.	

e) Calcul de dérivées, de primitives et d'intégrales

Ce paragraphe donne des résultats de calcul différentiel utiles aux autres disciplines scientifiques dès le premier semestre.

Contenus	Capacités & Commentaires
Dérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, cos, sin.	Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples. Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.
Opérations : somme, produit, quotient, composée. Dérivation de $t \mapsto \exp(\varphi(t))$ avec φ à valeurs dans $\mathbb{C}$.	
Primitive sur un intervalle.	Reconnaître des expressions du type $\frac{u'}{u}$, $u'u^n$ avec $n\in\mathbb{N}^*$, $\frac{u'}{u^n}$, $u'\times(v'\circ u)$ où u et v sont des fonctions dérivables afin d'en calculer des primitives.
Intégrale d'une fonction sur un segment. Interprétation en terme d'aire sous la courbe. Linéarité de l'intégrale.	On s'appuie sur la formule $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = F(b)-F(a)$, où F est une primitive de f sur $[a,b]$. On illustre les exercices avec des situations issues des autres disciplines. Aucune étude théorique n'est abordée à ce stade.

f) Sommes et produits

Le symbole de sommation a été introduit au lycée.

Contenus	Capacités & Commentaires
Notations et règles de calcul.	Effectuer un changement d'indice. Sommes et produits télescopiques. L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles $\sum$ et $\prod$ sur des exemples de difficulté raisonnable.
Factorielle, coefficients binomiaux. Triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton.	Notations $n!$, $\binom{n}{k}$ lue « k parmi n ». Les expressions de $\binom{n}{0}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$ et $\binom{n}{n}$ sont à connaître.
Factorisation de a^n-b^n. Exemple de calcul de sommes : $$\sum_{k=0}^{n} k,\quad \sum_{k=0}^{n} q^k.$$	C'est l'occasion de remobiliser les résultats de la classe de terminale portant sur la somme des premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.

Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- *équations algébriques (équations du second degré, racines n-ièmes d'un nombre complexe) ;*
- *interprétation géométrique des nombres complexes ;*
- *exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.*

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier cette section aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques. Les étudiants issus des filières STL n'ont pas abordé la notion de nombre complexe. Il convient d'adopter une approche adaptée à l'aide de l'accompagnement personnalisé.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombres complexes	
Ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes. Parties réelle et imaginaire, forme algébrique. Opérations sur les nombres complexes.	La construction de $\mathbb{C}$ est hors programme. Notations $\mathrm{Re}(z)$, $\mathrm{Im}(z)$.
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.	Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe. Notation $\overline{z}$.
Le plan étant muni d'un repère orthonormé, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.
Module d'un nombre complexe. Relation $\|z\|^2 = z\overline{z}$.	Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.
Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire.	Interpréter géométriquement $\|z-a\|$ pour $a, z \in \mathbb{C}$.
b) Nombres complexes de module 1	
Identification du cercle trigonométrique et de l'ensemble des nombres complexes de module 1.	Notation $\mathbb{U}$.
Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'Euler. Description des éléments de $\mathbb{U}$.	
Relation $\mathrm{e}^{\mathrm{i}a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}b} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(a+b)}$.	Factoriser $\mathrm{e}^{\mathrm{i}p} \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}q}$. Lien avec la factorisation de $\cos(p)+\cos(q)$.
Formule de Moivre.	Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques. Retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ pour de petites valeurs de n. Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.
c) Arguments d'un nombre complexe non nul	
Arguments d'un nombre complexe non nul.	Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $z = \rho\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$ (forme exponentielle). Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe. Calcul d'un argument à l'aide de la fonction arctan.
Arguments d'un produit, d'un quotient.	On interprétera géométriquement la multiplication d'un complexe par $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.
d) Exponentielle complexe	
Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^{\mathrm{i}y}$ où $z = x+\mathrm{i}y$ et $x, y \in \mathbb{R}$. Relation $\mathrm{e}^{z+z'} = \mathrm{e}^z\mathrm{e}^{z'}$.	Notations $\exp(z)$, e^z. Résoudre une équation du type $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^{z'}$.
e) Équation du second degré dans $\mathbb{C}$	
Racines carrées d'un nombre complexe.	Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou exponentielle.
Équation du second degré dans $\mathbb{C}$.	Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
f) Racines n-ièmes	
Racines de l'unité : définition, description, propriétés.	Représenter géométriquement les racines de l'unité. Notation $\mathbb{U}_n$.
Description des racines n-ièmes d'un nombre complexe.	Résoudre l'équation $z^n = \lambda$ où $\lambda \in \mathbb{C}$.

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles

Dans le prolongement du cycle terminal du lycée, on consolide dans cette section les méthodes d'étude et de représentation des fonctions réelles d'une variable réelle. Le champ des fonctions mobilisables est étendu : aux fonctions exponentielle et logarithme népérien et aux fonctions trigonométriques, étudiées en classe de terminale, on ajoute les fonctions puissances et les fonctions trigonométriques réciproques. Cette section est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$	
Ensemble de définition d'une fonction.	C'est l'occasion de faire travailler la notion de composition de fonction et la résolution d'inéquations.
Représentation graphique d'une fonction.	Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression. Représenter graphiquement $x \mapsto f(x)+a$, $x \mapsto f(x \pm a)$, $x \mapsto f(ax)$ et $x \mapsto af(x)$ à partir du graphe de f.
Fonctions paires, impaires, périodiques.	Interpréter géométriquement ces propriétés.
Somme, produit, quotient, composée.	
Monotonie.	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Une fonction f est bornée si et seulement si $\|f\|$ est majorée.
Extremum global, extremum local.	C'est l'occasion d'établir des encadrements à partir d'études de signe.
b) Comportement asymptotique d'une fonction	
Asymptotes horizontales, verticales.	Interprétation graphique.
c) Dérivation	
Nombre dérivé en un point. Fonction dérivable en un point.	Interprétation géométrique du nombre dérivé.
Équation de la tangente en un point.	
Application à l'étude des variations ou du signe d'une fonction.	Dresser le tableau de variation d'une fonction. Faire le lien entre injectivité et stricte monotonie. Un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.
Fonction réciproque.	Tracer le graphe d'une fonction réciproque. Calculer la dérivée d'une fonction réciproque. Les formules sont admises et pourront être démontrées au second semestre. La formule peut être illustrée graphiquement.

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Étude d'une fonction	
Plan d'étude d'une fonction.	Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction. Déterminer les variations et les limites d'une fonction. Déterminer les extremums éventuels d'une fonction. Tracer le graphe d'une fonction. Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction. Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.
e) Fonctions usuelles	
Racine carrée. Dérivée. Valeur absolue. Partie entière. Notation $\lfloor x \rfloor$.	Les étudiants doivent savoir représenter graphiquement ces fonctions.
Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Les fonctions puissances sont définies sur $\mathbb{R}_+^*$ et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur $\mathbb{R}_-^*$. On introduit la notation $\sqrt[n]{x}$ pour $x > 0$, sans développement. Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$
Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Les formules du type $\sin(\arccos x)$ ne sont pas à connaître.
Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^\alpha}{\exp(\beta x)}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} x\cdot\exp(\beta x)$ pour $\alpha > 0$ et $\beta > 0$. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^\alpha}$ et $\lim\limits_{x\to 0} x^\alpha \ln x$ pour $\alpha > 0$.	Comparer les fonctions au voisinage de l'infini. Les fonctions hyperboliques sont hors programme.

Géométrie élémentaire du plan

À l'issue de la terminale, les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur $\overrightarrow{AB}$, ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormé, angles. La donnée d'un repère orthonormé identifie le plan à $\mathbb{R}^2$ ou à $\mathbb{C}$. La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Cette section doit être traitée en liaison avec les autres disciplines.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Repérage dans le plan	
Repère orthonormé (ou orthonormal). Coordonnées cartésiennes.	On peut introduire à cette occasion le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.
Changement de repère par translation.	

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Barycentre	
La notion de barycentre est introduite en vue des autres disciplines et est l'occasion de manipuler les vecteurs.	
Systèmes de points pondérés et barycentre d'un système de points pondérés.	Construire le barycentre d'un système d'au plus 4 points du plan. L'associativité du barycentre est hors programme.
Coordonnées du barycentre dans un repère du plan.	Illustration pour le cas de l'isobarycentre de deux ou trois points.
c) Produit scalaire	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $$\vec{u}\cdot\vec{v} = \lVert\vec{u}\rVert\,\lVert\vec{v}\rVert\cos(\vec{u},\vec{v})$$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ sinon.	Interpréter le produit scalaire en termes de projections orthogonales.
Bilinéarité, symétrie.	Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormée. Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs. Déterminer une mesure d'un angle non orienté. Démonstrations non exigibles.
Dans une base orthonormée $(\vec{i},\vec{j})$, décomposition $$\vec{u} = (\vec{u}\cdot\vec{i})\,\vec{i} + (\vec{u}.\vec{j})\,\vec{j}\,.$$	
d) Déterminant dans une base orthonormée directe	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $$\det(\vec{u},\vec{v}) = \lVert\vec{u}\rVert\,\lVert\vec{v}\rVert\sin(\vec{u},\vec{v})$$ et $\det(\vec{u},\vec{v})=0$ sinon.	Interpréter la valeur absolue du déterminant en termes d'aire d'un parallélogramme. Caractériser la colinéarité de deux vecteurs. La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormée directe.
Bilinéarité, antisymétrie.	Calculer le déterminant dans une base orthonormée directe. Démonstrations non exigibles. Notation : $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$
e) Droites	
Définition, vecteur directeur, vecteur normal.	
Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.	Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.
Projeté orthogonal d'un point sur une droite.	Déterminer l'intersection de deux droites.
Distance d'un point à une droite.	Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite. Application au calcul de la distance d'un point à une droite. Aucune formule de distance d'un point à une droite n'est au programme.
f) Cercles	
Définition, équation cartésienne.	Reconnaître une équation cartésienne de cercle.
Représentation paramétrique	Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon. Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.

Géométrie élémentaire de l'espace

Dans cette section, on adapte à l'espace les notions étudiées dans la section de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur la section de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Repérage dans l'espace	
Repère orthonormé (ou orthonormal) de l'espace; coordonnées cartésiennes.	Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée. On peut à nouveau utiliser le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.
b) Produit scalaire	
Définition géométrique. Bilinéarité, symétrie.	Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormée directe. Démonstrations hors programme.
Si $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ est une base orthonormée de l'espace, pour tout vecteur $\vec{u}$: $$\vec{u} = \left(\vec{u}\cdot\vec{i}\right)\vec{i} + \left(\vec{u}\cdot\vec{j}\right)\vec{j} + \left(\vec{u}\cdot\vec{k}\right)\vec{k}.$$	
c) Produit vectoriel dans l'espace orienté	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires, le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est $$\vec{u}\wedge\vec{v} = \lVert\vec{u}\rVert\,\lVert\vec{v}\rVert\sin\left(\vec{u},\vec{v}\right)\vec{k}$$ avec $\vec{k}$ unitaire et directement orthogonal à $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.	La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise. Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires. Exprimer les coordonnées du produit vectoriel dans une base orthonormée directe.
Bilinéarité, antisymétrie.	Démonstrations hors programme.
d) Déterminant dans l'espace orienté muni d'une base orthonormée directe	
Définition du déterminant de trois vecteurs : $$\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = \left(\vec{u}\wedge\vec{v}\right).\vec{w}.$$	Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires. Interpréter $\left\lvert\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})\right\rvert$ comme volume du parallélépipède construit sur $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.
	Exprimer le déterminant dans une base orthonormée directe. Notation : $\begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}$. Développement du déterminant selon la troisième colonne, en lien avec la définition.
Trilinéarité, antisymétrie.	Démonstrations hors programme.
e) Plans et droites	
Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.	Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

Contenus	Capacités & Commentaires
Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.	Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans. Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite. Passer d'une représentation à l'autre. Étudier les intersections.
Projeté orthogonal d'un point sur une droite ou un plan. Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.	Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan. Application au calcul de distances. Aucune formule de distance d'un point à une droite ou à un plan n'est au programme.
f) Sphères	
Définition, équation cartésienne dans un repère orthonormé.	Reconnaître une équation cartésienne de sphère. Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon. Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation. Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

Équations différentielles linéaires à coefficients constants

En classe de terminale, les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants du premier ordre. Il s'agit dans cette section de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Cette section doit être traitée en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficient constant	
Équation $y' + ay = b(x)$ où $a \in \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et où b est une fonction continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	Écrire et résoudre l'équation homogène associée.
Principe de superposition. Description de la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.	Détermination d'une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $Ae^{\lambda x}$ avec $(A, \lambda) \in \mathbb{R}^2$ ou de la forme $A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$ avec $(A, B, \omega) \in \mathbb{R}^3$. Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre. Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que x et y.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. Détermination de la solution vérifiant une condition initiale donnée.
Équation $y' + ay = b$ où a et b sont deux éléments de $\mathbb{R}$ et problème de Cauchy associé.	Les solutions relèvent des automatismes de calcul.
b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants	
Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$ où a et b sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	Donner l'équation caractéristique. Résoudre l'équation homogène.

Contenus	Capacités & Commentaires
Principe de superposition. Description de la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.	Détermination d'une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $Ae^{\lambda x}$ avec $(A,\lambda) \in \mathbb{R}^2$ ou de la forme $A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$ avec $(A,B,\omega) \in \mathbb{R}^3$. Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. Détermination de la solution vérifiant une condition initiale donnée.
Équation $y'' \pm \omega^2 y = 0$ où $\omega \in \mathbb{R}$ et problème de Cauchy associé.	Les solutions relèvent des automatismes de calcul.

Systèmes linéaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants, qui ne les ont pas rencontrées dans le cycle terminal du lycée. L'objectif est double :

- *maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;*
- *préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite, abordée au 2e semestre.*

Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Systèmes linéaires	
Définition d'un système linéaire de n équations à p inconnues.	Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire. Les solutions sont définies comme éléments de $\mathbb{R}^p$.
Système homogène.	Système homogène associé à un système quelconque.
Matrice A d'un système linéaire; matrice augmentée $(A\|B)$ où B est la colonne des seconds membres.	Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle $AX = B$.
Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes L_i et L_j, multiplication de L_i par $\lambda \neq 0$, ajout de λL_j à L_i pour $i \neq j$.	Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire. Notations $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.
Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.	
Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.	
Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.	Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires. Notation $A \underset{L}{\sim} A'$.
Si on passe d'un système $\mathscr{S}$ à un autre système $\mathscr{S}'$ par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de $\mathscr{S}'$ s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de $\mathscr{S}$.	Cela justifie la présentation matricielle d'un système linéaire.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan	
Une matrice est dite échelonnée en lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes : 1. si une ligne est entièrement nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ; 2. à partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non entièrement nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.	Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires. Un schéma en « escalier » illustre la notion de matrice échelonnée. On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.
Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite en lignes lorsque tous les pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne. Toute matrice non nulle est équivalente en lignes à une matrice échelonnée réduite en lignes.	Déterminer la matrice échelonnée réduite en lignes associée à un système donné. L'unicité est admise.
c) Résolution d'un système linéaire	
Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).	Faire le lien entre nombre d'équations, nombre d'inconnues et nombre de pivots. L'invariance du nombre de pivots est admise.
Rang d'un système linéaire. Rang d'une matrice.	Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots.
Système incompatible. Système compatible.	Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.
Structure de l'ensemble des solutions d'un système compatible.	Résoudre un système compatible.
Caractérisation du nombre de solutions par le rang. Cas particulier des systèmes carrés.	Il s'agit ici de préparer l'étude et la caractérisation des familles libres et des isomorphismes.
d) Famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$	
Combinaison linéaire d'une famille finie $\mathscr{F}$ de vecteurs. Famille libre, famille liée. Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs u_1, u_2,…,u_p de $\mathbb{R}^n$, les propriétés suivantes sont équivalentes : • la famille $(u_1,\dots,u_p)$ est libre ; • le système $AX=0$ a pour seule solution la solution triviale ; • le rang est à égal à p.	Notation $\mathrm{Vect}(\mathscr{F})$. Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée. L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.
Famille génératrice de $\mathbb{R}^n$. Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs u_1, u_2,…,u_p de $\mathbb{R}^n$, les propriétés suivantes sont équivalentes : • les vecteurs u_1,…,u_p forment une famille génératrice de $\mathbb{R}^n$; • pour tout matrice colonne B à n lignes, le système $AX=B$ est compatible ; • le rang est à égal à n.	Déterminer un système d'équations linéaires de $\mathrm{Vect}(u_1,\dots,u_p)$. Donner une interprétation géométrique dans les cas $n=2$ et $n=3$. L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

Dénombrement

Cette section a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités. Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :

- *on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;*
- *parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;*
- *l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.*

Cette section est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui de la section « Pratique calculatoire ».

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Cardinal d'un ensemble fini	
Cardinal d'un ensemble fini non vide. L'ensemble vide est de cardinal nul.	Notations $\|A\|$, $\mathrm{Card}(A)$.
Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité. Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.	Maîtriser le langage des applications et des bijections dans le cadre des ensembles finis, et le relier aux notions élémentaires sur le dénombrement.
Cardinal d'une union disjointe, de l'union de deux ensembles, d'un complémentaire, d'un produit cartésien. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.	La formule du crible est hors programme.
b) Dénombrement	
Nombre de p-uplets (ou p-listes) d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Nombre de permutations d'un ensemble à n éléments.	Reconnaître des situations relevant de ce cadre. La notation A_n^p est hors programme.
Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments.	Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre. Donner une interprétation combinatoire des propriétés suivantes : $$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}; \quad \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} = 2^n; \quad \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} = \binom{n}{p}.$$

Deuxième semestre

Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombres réels	
Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
Distance entre deux réels.	
La relation d'ordre $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$. Majorant, maximum, minorant, minimum. Borne supérieure, borne inférieure.	Cas d'une partie de $\mathbb{R}$, puis d'une fonction réelle.
Toute partie majorée (resp. minorée) non vide de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure (resp. inférieure).	Résultat admis. Aucun développement n'est attendu.
Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$; une partie I de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si, pour tout $(a, b) \in I^2$ avec $a < b$, $[a, b] \subset I$.	
b) Généralités sur les suites réelles	
Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. Reconnaître une suite extraite. Représenter les termes d'une suite du type $u_{n+1} = f(u_n)$. Toute étude d'une telle suite doit être guidée.
Opérations.	
Monotonie, stricte monotonie.	
Suite minorée, majorée, bornée.	Manipuler sur des exemples des majorations et minorations. Une suite (u_n) est bornée si et seulement si $(\lvert u_n\rvert)$ est majorée.
Suite arithmétique, suite géométrique.	En terminale technologique, les suites géométriques n'ont été vues qu'avec des raisons positives.
c) Limite d'une suite réelle	
Limite finie ou infinie d'une suite. Unicité de la limite.	Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notations $u_n \longrightarrow \ell$, $\lim u_n$.
Suite convergente, divergente.	
Toute suite réelle convergente est bornée.	
Si une suite possède une limite (finie ou infinie) alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.	Montrer la divergence d'une suite à l'aide de suites extraites.
Si les suites $\left(u_{2n}\right)$ et $\left(u_{2n+1}\right)$ convergent vers la même limite alors la suite $\left(u_n\right)$ converge vers cette limite commune.	
Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.	Lever une indétermination.
Cas des suites géométriques, arithmétiques.	
Passage à la limite dans une inégalité.	
d) Théorèmes d'existence d'une limite	
Théorèmes de convergence par encadrement.	On pourra montrer l'existence d'une limite ℓ en majorant $\lvert u_n - \ell\rvert$, notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $\lvert u_{n+1} - \ell\rvert \leqslant M \lvert u_n - \ell\rvert$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n, on a $u_n \leqslant v_n$, alors (v_n) vers $+\infty$.	Adapter cet énoncé aux suites tendant vers $-\infty$.
Théorème de la limite monotone.	Exploiter ce théorème sur des exemples.
Théorème des suites adjacentes.	Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type $f(x) = 0$.
e) Comparaisons de suites	
Relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence.	Notation $u_n = O(u_n)$, $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$. On définit ces relations à partir du quotient $\dfrac{u_n}{v_n}$ en supposant que la suite (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.
Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^\beta(n)$, n^α et $e^{\gamma n}$.	Traduire les croissances comparées à l'aide de o.
Lien entre les différentes relations de comparaison.	Équivalence entre les relations $u_n \sim v_n$ et $u_n - v_n = o(v_n)$.
Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.	Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites. Toute autre opération sur les équivalents est hors programme.
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	

Limites, continuité et dérivabilité

Cette section est divisée en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire au premier semestre.
Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.
Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.
Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A, +\infty[$ si $a = +\infty$, avec un intervalle $]-\infty, A]$ si $a = -\infty$.

A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe qui suit consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$	
Étant donné un point a appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a.	Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la limite et le mettre en relation avec l'intuition géométrique. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notations $f(x) \underset{x \to a}{\longrightarrow} \ell$, $f(x) \underset{x \to \pm\infty}{\longrightarrow} \ell$.
Unicité de la limite.	Notation $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell$.
Si f admet une limite finie en a, alors f est bornée au voisinage de a.	Aucun formalisme n'est attendu sur la notion de voisinage.
Limite à droite, limite à gauche.	Notations $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$ ou $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$.
Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$.	
Image d'une suite de limite ℓ par une fonction admettant une limite en ℓ.	Montrer qu'une fonction n'admet pas de limite à l'aide de deux suites.

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Comparaison de fonctions	
Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.	
Théorème de la limite monotone.	Démonstration non exigible.
Relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence.	Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.
c) Continuité en un point	
Continuité de f en un point a de I.	Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la continuité. La continuité de f au point a de I est définie par la relation $f(x) \xrightarrow[x \to a]{} f(a)$.
Continuité à droite et à gauche.	
Prolongement par continuité en un point.	Pour a n'appartenant pas à I, la fonction f se prolonge par continuité en a si et seulement si elle admet une limite finie en a.
Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.	Exploiter ces résultats sur des exemples. On pourra en profiter pour introduire la notion de stabilité d'un ensemble par combinaison linéaire sans évocation particulière de structure vectorielle.
d) Continuité sur un intervalle	
Définition. Opérations. Ensemble $\mathscr{C}(I,\mathbb{R})$.	
Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.	Appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue. Démonstration hors programme.
Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.	Démonstration hors programme.
e) Continuité et bijectivité	
Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$; sa réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ (de même monotonie que la fonction f).	Appliquer ce résultat sur des exemples. Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque. Démonstration hors programme.

B - Dérivabilité

Contenus	Capacités & commentaires
a) Nombre dérivé, fonction dérivée	
Dérivabilité de f en a, nombre dérivé.	Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition. Notation $f'(a)$.
Équivalence avec l'existence d'un développement limité en a à l'ordre 1.	La droite d'équation $$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$ est appelée tangente au graphe de f au point d'abscisse a. Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes). Interprétation cinématique.
Dérivabilité à droite et à gauche en a. Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.	

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Opérations sur les fonctions dérivables	
Si f et g sont dérivables en a, dérivabilité et dérivée en a de $f+g$, fg et, si $g(a) \neq 0$, de $\frac{f}{g}$. Dérivabilité et dérivée en a de $g \circ f$ lorsque f est dérivable en a et g est dérivable en $f(a)$.	
Si f est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle I sur l'intervalle $J = f(I)$ et si f est dérivable en a, condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de f^{-1} en $f(a)$ et calcul de la dérivée en ce point. Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe $\mathscr{C}^1$.	Interprétation géométrique de la formule de la dérivée de la fonction réciproque.
c) Propriétés des fonctions dérivables	
Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.	
Théorème de Rolle.	Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction. Démonstration non exigible.
Égalité des accroissements finis.	Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique. Le théorème de la limite de la dérivée est hors programme.
Inégalité des accroissements finis : si f est dérivable sur un intervalle I et si, pour tout $t \in I, \lvert f'(t)\rvert \leqslant M$, alors pour tous x, y de I, $\lvert f(y) - f(x)\rvert \leqslant M\lvert y - x\rvert$.	
Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables sur un intervalle.	Appliquer ces résultats sur des exemples.
d) Fonctions de classe $\mathscr{C}^k$	
Fonction de classe $\mathscr{C}^k$ sur un intervalle I, où k appartient à $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$.	Ensemble $\mathscr{C}^k(I, \mathbb{R})$.
Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.	Maîtriser le calcul des fonctions dérivées. Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

Intégration sur un segment

L'objectif de cette section est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée au lycée. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment	
Intégrale $\int_a^b f$ d'une fonction f continue sur un segment $[a,b]$.	Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe). Modéliser une situation physique par une intégration. La construction est hors programme. Notations $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ ou $\int_a^b f$.
Valeur moyenne.	Interprétation graphique.
Inégalité $\left\|\int_a^b f\right\| \leqslant \int_a^b \|f\|$.	Majorer et minorer une intégrale.
Relation de Chasles.	Extension de la notation $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ au cas où $b \leqslant a$.
Une fonction continue et positive sur $[a,b]$ (où $a<b$) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.	
b) Sommes de Riemann et méthode des rectangles	
Si f est une fonction continue de $[a,b]$ (où $a<b$) dans $\mathbb{C}$, alors $$\frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t.$$	Interpréter géométriquement cette propriété. Démonstration dans le cas d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$. Approximer une intégrale par la méthode des rectangles ou la méthode des trapèzes. On pourra à cette occasion donner une justification numérique de la valeur moyenne.
c) Calcul intégral	
Si f est une fonction continue sur I et si x_0 est un point de cet intervalle, alors $$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t)\,\mathrm{d}t.$$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en x_0. En particulier, toute fonction continue sur I admet des primitives sur I. Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour f de classe $\mathscr{C}^1$: $$\int_a^b f'(t)\,\mathrm{d}t = f(b)-f(a).$$	Appliquer ce théorème sur des exemples. Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle I diffèrent d'une constante.
Intégration par parties. Changement de variable : si φ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors, pour tous a et b dans I, $\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(\varphi(t))\,\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$.	Appliquer ces techniques au calcul de primitives. Tout excès de technicité est exclu.
Primitives des fonctions usuelles.	Savoir reconnaître des primitives usuelles. Pour les fonctions rationnelles, on se limite à des cas simples : aucune théorie de la décomposition en éléments simples n'est au programme.
d) Formule de Taylor avec reste intégral	
Pour une fonction f de classe $\mathscr{C}^{n+1}$, formule de Taylor avec reste intégral au point a à l'ordre n.	Exploiter la formule de Taylor avec reste intégral pour établir des égalités, des inégalités.

Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Si f est définie sur l'intervalle I et si a est un point de I ou une extrémité de I, développement limité d'ordre n de f au voisinage de a. Unicité, troncature.	Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction. Ramener un développement limité en 0 par translation. Adaptation au cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$. Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.
Forme normalisée d'un développement limité : $$f(a+h) \underset{h\to 0}{=} h^p\left(a_0 + a_1 h + \cdots + a_n h^n + o\left(h^n\right)\right)$$ avec $a_0 \neq 0$. Équivalence $f(a+h) \underset{h\to 0}{\sim} a_0 h^p$.	Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit. Composition, application au quotient.	Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité. Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible. La division suivant les puissances croissantes est hors programme.
Intégration terme à terme d'un développement limité.	
Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point a de I d'une application de classe $\mathscr{C}^n$ sur I.	Calculer le développement limité d'une application de classe $\mathscr{C}^n$ à partir de ses dérivées successives.
Développements limités usuels.	Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de développements limités simples. Exploiter les outils logiciels pour des développements limités plus complexes. Les étudiants doivent connaître les développement limités à tout ordre en 0 de $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, arctan ainsi que celui de tan à l'ordre 3.
b) Applications des développements limités	
Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure. Calcul de limites.	Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.
Étude locale d'une fonction.	Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité. Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales. Aucun résultat général n'est exigible.

Polynômes

L'objectif est d'étudier par des méthodes élémentaires les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes ($\mathbb{K}$ désignant $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Polynômes à une indéterminée	
Ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$.	La construction de $\mathbb{K}[X]$ est hors programme. Notation $a_0 + a_1 X + \cdots + a_n X^n$ ou $\sum_{p=0}^{n} a_p X^p$.
Opérations : somme, produit et composée.	
Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.	Le degré du polynôme nul vaut par convention $-\infty$. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n. La notion de valuation d'un polynôme est hors programme.
Fonction polynomiale associée à un polynôme.	
b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	
Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs et multiples.	
Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.	Effectuer une division euclidienne de polynômes.
c) Dérivation	
Polynôme dérivé.	Pour $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, lien avec la dérivée de la fonction polynôme associée.
Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit. Dérivées d'ordre supérieur. Formule de Leibniz. Formule de Taylor.	
d) Racines	
Racine (ou zéro) d'un polynôme.	Déterminer les racines d'un polynôme. Caractériser les racines par la divisibilité.
Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en a de l'ordre de multiplicité de la racine a. Le nombre de racines d'un polynôme non nul est majoré par son degré. Polynôme scindé sur $\mathbb{K}$.	
e) Décomposition en facteurs de degré 1	
Théorème de d'Alembert-Gauss. Décomposition d'un polynôme en facteurs de degré 1 sur $\mathbb{C}$.	Démonstration hors programme. On illustre l'idée de la décomposition dans $\mathbb{R}[X]$ à partir de la décomposition dans $\mathbb{C}[X]$, mais l'étude générale des polynômes irréductibles est hors programme.
f) Somme et produit des racines d'un polynôme	
Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients. Recherche de deux nombres complexes connaissant leur somme et leur produit.	Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

Calcul matriciel

$\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Matrices : opérations et propriétés	
Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$. Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.	Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit AX d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de A.
Produit de deux matrices.	Interpréter la j-ème colonne du produit AB comme le produit de A par la j-ème colonne de B. Interpréter la i-ème ligne du produit AB comme le produit de la i-ème ligne de A par B. Cas particulier de la multiplication à droite par une matrice élémentaire de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ ou la multiplication à gauche par une matrice élémentaire de $\mathcal{M}_{1,n}(\mathbb{K})$ pour en extraire une ligne ou une colonne.
Puissance et inverse d'une matrice diagonale.	
Formule du binôme pour deux matrices qui commutent.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.
b) Matrice inversible	
Matrice carrée inversible. On appelle groupe linéaire, noté $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, l'ensemble des matrices inversibles de taille n.	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée A par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où X et B sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le rang. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. Calcul de l'inverse d'une matrice A carrée de taille n par différents moyens (par inversion d'un système, à l'aide de la matrice augmentée $(A\|\mathrm{I}_n)$, à l'aide d'un polynôme annulateur...). On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est hors programme.
Inverse du produit de matrices inversibles.	

Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur $\mathbb{R}$ et sur $\mathbb{C}$. Après l'approche numérique des sections « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans la sous-section « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

La deuxième sous-section « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels à la sous-section « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- *traiter cette section selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces $\mathbb{K}^n$ à l'aide des techniques développées dans les sections « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;*
- *mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces $\mathbb{K}^n$ avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.*

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

A - Espaces vectoriels

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels	
Définition d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Espaces vectoriels de référence : $\mathbb{K}^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}^\Omega$ pour Ω non vide (cas particulier des suites) et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Produit d'une famille finie de $\mathbb{K}$-espaces vectoriels.	
Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.	Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.
Sous-espaces d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels. L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues et à coefficients dans $\mathbb{K}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^p$.	Identifier un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.
L'ensemble des solutions sur un intervalle I d'une équation différentielle linéaire homogène à coefficients constants est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^I = \mathscr{F}(I,\mathbb{K})$.	Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.
Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.	Notation $\mathrm{Vect}(u_1,\dots,u_p)$. Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.
Somme de deux sous-espaces F et G d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E.	
La somme $F+G$ est directe si l'écriture de tout vecteur de $F+G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique.	Exploiter une relation $F \cap G = \{0\}$ pour démontrer que F et G sont en somme directe.
Sous-espaces supplémentaires.	Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné sur deux sous-espaces supplémentaires.
b) Familles finies de vecteurs	
Vecteurs colinéaires. Famille libre, famille liée.	Déterminer si une famille donnée est libre ou liée. Obtenir une relation de dépendance dans une famille liée.
Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans $\mathbb{K}$ et de degrés échelonnés est libre.	
Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel. Bases. Exemples usuels : bases canoniques des espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	Déterminer si une famille est génératrice.
Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur x dans une base $\mathscr{B}$.	Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(x)$.
Base adaptée à une somme directe. Si $(e_1,\dots e_k, e_{k+1},\dots,e_n)$ est une famille libre d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E, alors $\mathrm{Vect}(e_1,\dots,e_k)$ et $\mathrm{Vect}(e_{k+1},\dots,e_n)$ sont en somme directe.	

B - Espaces vectoriels de dimension finie

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Dimension finie	
Un espace est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.	Exhiber une base d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E non nul de dimension finie.
Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel non nul E, on peut extraire une base de E.	Application à l'existence d'une base pour tout $\mathbb{K}$-espace vectoriel non nul de dimension finie.
Théorème de la base incomplète : toute famille libre de E peut être complétée en une base.	
Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n+1$ vecteurs est liée.	
Dimension.	On convient que l'espace $\{0_E\}$ est de dimension nulle.
Dimension de $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	
Si E est de dimension n et $\mathcal{F}$ est une famille de n vecteurs de E, alors $\mathcal{F}$ est une base de E si et seulement si $\mathcal{F}$ est libre, si et seulement si $\mathcal{F}$ est génératrice.	
b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie	
Si F est un sous-espace d'un espace vectoriel E de dimension finie alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leqslant \dim(E)$. De plus, $F = E$ si et seulement si les deux dimensions sont égales.	Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.
Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.	Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par leur intersection réduite au vecteur nul et la somme de leurs dimensions. Base obtenue par concaténation de bases de sous-espaces supplémentaires.
Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.	Cas d'une somme directe.
c) Famille finie d'une famille de vecteurs	
Rang d'une famille finie $(u_1, \dots, u_p)$ de vecteurs d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.	Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre. Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice. Notation $\mathrm{rg}(u_1, \dots, u_p)$.

C- Applications linéaires et représentations matricielles

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.	Notations $\mathcal{L}(E,F)$ et $\mathcal{L}(E)$. Savoir utiliser l'image par une application linéaire de quelques vecteurs pour en déduire l'image d'une combinaison linéaire de ces derniers.
Identité, application $X \mapsto AX$.	Notation Id_E. On peut identifier $\mathbb{K}^n$ à $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$.
Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées. Règles de calcul.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.	Notation $\mathrm{GL}(E)$ pour le groupe linéaire.
Image directe, image réciproque d'un sous-espace vectoriel.	
Image et noyau.	Notations $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}(u)$.
L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de E est génératrice de $\mathrm{Im}(u)$.	Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire. Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image.

b) Isomorphismes

Une application linéaire de E dans F est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de E en une base de F. Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.	
Si E et F ont même dimension finie, alors une application linéaire de E dans F est bijective si elle est injective ou surjective.	Cas particulier des endomorphismes. Contre-exemples en dimension infinie.

c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base. Une application linéaire définie sur $E = E_1 \oplus E_2$ est déterminée par ses restrictions à E_1 et E_2.	

d) Rang d'une application linéaire

Rang d'une application linéaire. Rang d'une composée : $$\mathrm{rg}(v \circ u) \leqslant \min\big(\mathrm{rg}(u), \mathrm{rg}(v)\big).$$	Notation $\mathrm{rg}(u)$.
Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.	
Théorème du rang : si E est de dimension finie et $u \in \mathscr{L}(E,F)$ alors u est de rang fini et $\dim(E) = \dim(\mathrm{Ker}(u)) + \mathrm{rg}(u)$.	Démonstration hors programme. Utilisation pour la recherche d'une base de l'image et du noyau d'un endomorphisme.

e) Équations linéaires

Une équation, d'inconnue $x \in E$, est dite linéaire si elle est de la forme $u(x) = b$ où $u \in \mathscr{L}(E,F)$ et $b \in F$. Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}(u)$.	Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et d'ordre 2. La notion de sous-espace affine est hors programme.

f) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire u dans un couple de bases.	Expression des coordonnées de $u(x)$ en fonction de celles de x. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u)$ où $\mathscr{B}$ est une base de l'espace de départ et $\mathscr{C}$ une base de l'espace d'arrivée. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ dans le cas où $\mathscr{B} = \mathscr{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Un couple de bases $(\mathscr{B},\mathscr{C})$ étant fixé, isomorphisme $u \mapsto \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u)$. Application au calcul de la dimension de $\mathscr{L}(E,F)$. Matrice d'une composée. Lien entre matrices inversibles et isomorphismes. Matrice de passage d'une base à une autre. Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme. Matrices semblables.	Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire après un changement de base(s). Choisir une base adaptée à un problème donné. L'objectif est de donner une première approche de notions qui seront approfondies en seconde année. La diagonalisation est hors programme.
g) Différentes notions de rang	
Image et noyau d'une matrice.	Notations Ker(A) et Im(A). Déterminer des équations de l'image et du noyau de A. On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image. Théorème du rang appliqué aux matrices.
Lien entre les divers aspects de la notion de rang.	Le rang de A, défini comme le nombre de pivots d'une matrice échelonnée équivalente, est également le rang de ses vecteurs colonnes dans $\mathbb{K}^n$ ou, de manière équivalente, le rang de l'application linéaire de $\mathbb{K}^p$ dans $\mathbb{K}^n$ qui lui est canoniquement associée. On admet que le rang d'une matrice est égal au rang de ses vecteurs lignes.
Le rang d'une famille de vecteurs est égal au rang de sa matrice dans une base. Le rang d'une application linéaire est égal au rang de sa matrice dans un couple de bases. Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang. Conservation du rang par multiplication à droite ou à gauche par une matrice inversible.	Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot. Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples.

Probabilités sur un univers fini

Cette section a pour objectifs de mettre en place un cadre théorique permettant de fonder l'étude des probabilités dans le cas d'un univers fini et de développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste. On enrichit le point de vue fréquentiste étudié au lycée par une formalisation ensembliste. On mettra l'accent sur des exemples issus de la vie courante ou provenant des autres disciplines.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces probabilisés finis	
Expérience aléatoire. L'ensemble des issues (ou des résultats possibles, ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.	Modéliser des situations aléatoires. On se limite au cas où l'univers Ω est fini.
Événement, événement élémentaire (singleton). Événement certain, événement impossible, événement contraire, événements incompatibles. Opérations sur les événements. Système complet d'événements.	Maîtriser le lien entre point de vue ensembliste et point de vue probabiliste. On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω. Notation $\overline{A}$ pour l'événement contraire.
On appelle probabilité sur un univers fini Ω toute application P de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ vérifiant $P(\Omega) = 1$ et, pour tout couple (A,B) de parties disjointes de Ω, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Un espace probabilisé fini est un couple (Ω, P) où Ω est un univers fini et P une probabilité sur Ω. Probabilité de l'union de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance d'une probabilité.	Expliciter l'espace probabilisé modélisant une situation aléatoire décrite en langage naturel.

Contenus	Capacités & Commentaires
Si $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ et $p_1, \dots, p_n$ sont des réels positifs de somme 1, il existe une et une seule probabilité P sur Ω telle que : $$\forall i \in \{1, \dots, n\}, P(\{\omega_i\}) = p_i.$$	Calculer la probabilité d'un événement à partir d'un tableau de probabilités. Choisir les valeurs des p_i revient à choisir un modèle probabiliste.
Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).	
b) Indépendance et conditionnement	
Si A et B sont deux événements tels que $P(B) > 0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.	Illustrer une expérience aléatoire à l'aide d'arbres de probabilités. La définition de $P_B(A)$ est justifiée par une approche heuristique fréquentiste. L'application P_B est une probabilité.
Formules des probabilités composées, des probabilités totales.	
Formules de Bayes : si A et B sont deux événements tels que $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$, alors $$P_B(A) = \frac{P_A(B)P(A)}{P(B)}.$$	On donnera plusieurs applications de la vie courante.
Indépendance de deux événements.	Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P_B(A) = P(A)$.
Indépendance d'une famille finie d'événements.	L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance si $n \geqslant 3$.

Variables aléatoires sur un univers fini

La notion de variable aléatoire modélise le résultat d'une expérience aléatoire. L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite aux variables aléatoires réelles définies sur un univers fini.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Variable aléatoire	
Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers Ω à valeurs dans un ensemble E. Lorsque $E \subset \mathbb{R}$, la variable aléatoire est dite réelle.	Modéliser des situations données en langage naturel à l'aide de variables aléatoires. Si X est une variable aléatoire et si A est une partie de E, notation $\{X \in A\}$ ou $(X \in A)$ pour l'événement $X^{-1}(A)$. Notation $P(X \in A)$, $P(X = x)$, $P(X \leqslant x)$. Lien entre les événements $(X = k)$, $(X \leqslant k-1)$ et $(X \leqslant k)$.
Loi de probabilité P_X d'une variable aléatoire X.	L'application P_X est définie par la donnée des $P(X = x)$ pour x dans $X(\Omega)$.
Image d'une variable aléatoire par une application.	
b) Espérance	
Définition de l'espérance d'une variable aléatoire. Variable centrée. Relation : $\mathrm{E}(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\})\, X(\omega)$.	Interpréter l'espérance en terme de moyenne pondérée.
Théorème de transfert : si X est une variable aléatoire réelle à valeurs finies et $\varphi : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, alors l'espérance de la variable aléatoire $\varphi(X)$ est donnée par la formule $\mathrm{E}\big(\varphi(X)\big) = \sum_{x \in X(\Omega)} \varphi(x) P(X = x)$.	Calculer une espérance à l'aide de la formule du transfert.

Contenus	Capacités & Commentaires
$\mathrm{E}(aX+b) = a\mathrm{E}(X)+b$ pour a et b réels.	On admet de manière plus générale la linéarité de l'espérance.

c) Variance et écart type d'une variable aléatoire

Contenus	Capacités & Commentaires
Variance et écart type d'une variable aléatoire. Variable réduite. Relation $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$ (Koenig-Huygens). $\mathrm{V}(aX+b) = a^2\mathrm{V}(X)$ pour a et b réels.	Interpréter la variance comme indicateur de dispersion.
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

d) Lois usuelles

Contenus	Capacités & Commentaires
Loi certaine.	
Loi uniforme.	Reconnaître des situations modélisables par une loi uniforme.
Loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0,1]$.	Reconnaître des situations modélisables par une loi de Bernoulli. Notation $\mathscr{B}(p)$.
Loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$.	Reconnaître des situations modélisables par une loi binomiale. Notation $\mathscr{B}(n,p)$.
Espérance et variance associées à ces différentes lois.	Pour la loi uniforme, on limitera les résultats à la loi uniforme sur $\{1,\dots,n\}$.

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Classes préparatoires aux grandes écoles

Programme de mathématiques de la classe TSI
2nde année

Classe préparatoire TSI2
Programme de mathématiques

Table des matières

Préambule

Les programmes de mathématiques des classes préparatoires technologiques TSI et TPC sont conçus comme un socle cohérent et ambitieux de connaissances et de capacités, avec l'objectif de préparer les étudiantes et étudiants à poursuivre avec succès dans les écoles et les universités un cursus de formation aux métiers de l'ingénierie, de l'enseignement, de la recherche.

Objectifs de formation

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

En continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires technologiques définissent un corpus de connaissances et de capacités et explicitent six grandes compétences mathématiques :

– **chercher**, mettre en œuvre des stratégies : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
– **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
– **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
– **raisonner**, argumenter : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
– **calculer**, utiliser le langage symbolique : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
– **communiquer** à l'écrit et à l'oral : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Description et prise en compte des compétences

Chercher
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique.
La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.
C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques. . .).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions.
Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.
Les programmes proposent des contenus équilibrés d'algèbre, d'analyse et de géométrie, auxquels s'ajoute un enseignement de probabilités visant à consolider les notions étudiées au lycée. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants. Cela doit être notamment la règle lors des séances de travaux dirigés et de travaux pratiques d'informatique.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. Le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différentes sections du programme ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques.

Programme

Compléments d'algèbre linéaire

Cette section est organisée autour de trois objectifs :
- *consolider les acquis de la classe de première année;*
- *étudier de nouveaux concepts : somme de plusieurs sous-espaces vectoriels, projecteurs et symétries, sous-espaces stables,trace, transposée, polynômes de matrice;*
- *passer du point de vue géométrique au point de vue matriciel et inversement.*

Le programme valorise les interprétations géométriques en dimensions 2 *et* 3 *et l'illustration des notions et des résultats par de nombreuses figures.*

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ *désigne* $\mathbb{R}$ *ou* $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Familles dénombrables de vecteurs	
Famille libre, famille génératrice, base.	Extension des résultats vus en première année sur les familles finies.
Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degrés est libre.	Toute famille $(P_k)_{k\in\mathbb{N}}$ avec $\deg(P_k) = k$ est une base de $\mathbb{K}[X]$.
b) Sous-espaces vectoriels	
Somme d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels.	
Somme directe. En dimension finie, base adaptée à une décomposition en somme directe.	Par définition, la somme F de p sous-espaces F_i est directe si tout vecteur de F se décompose de manière unique selon les F_i. Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul. Pour $p \geqslant 3$, toute autre caractérisation est hors programme.
c) Projecteurs et symétries	
Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces vectoriels supplémentaires. Matrice dans une base adaptée. Caractérisation par les relations $p \circ p = p$ et $s \circ s = \mathrm{id}_E$.	Détermination des éléments caractéristiques d'un projecteur, d'une symétrie.
d) Sous-espaces stables	
Sous-espace stable par un endomorphisme. Matrice dans une base adaptée.	Les étudiants doivent savoir interpréter une forme matricielle par blocs en termes de sous-espace stable, et inversement. Exemples des projecteurs et des symétries.
e) Matrices	
Trace d'une matrice carrée. Linéarité.	Notation $\mathrm{Tr}(A)$.
Relation $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	
Transposée d'une matrice.	Notation $A^\top$.
Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.	
Matrice symétrique, antisymétrique.	Sous-espaces vectoriels $\mathscr{S}_n(\mathbb{K})$ et $\mathscr{A}_n(\mathbb{K})$.
Décomposition d'une matrice carrée comme somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique.	$\mathscr{S}_n(\mathbb{K})$ et $\mathscr{A}_n(\mathbb{K})$ sont supplémentaires dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.
Polynôme de matrice.	C'est l'occasion de reprendre le travail fait en première année sur l'exploitation d'un polynôme annulateur pour étudier l'inversibilité d'une matrice.

Déterminants

Cette section développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que : (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; (iii) le déterminant de la matrice identité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2,3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Effet sur un déterminant des opérations élémentaires sur les colonnes. Déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	
Déterminant d'un produit de matrices carrées.	Démonstration hors programme.
Déterminant de l'inverse d'une matrice carrée.	
Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.	La formule de changement de base pour un déterminant est hors programme.
Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.	Traduction sur le déterminant d'un endomorphisme des propriétés relatives au déterminant d'une matrice.

Réduction des endomorphismes

Cette section étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Après avoir introduit le vocabulaire des éléments propres et la notion de polynôme caractéristique, on s'intéresse à la question de la diagonalisabilité, puis de la trigonalisabilité d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée.
L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.
Tout développement sur les polynômes d'endomorphisme ou de matrice est hors programme.
Les espaces vectoriels considérés sont de dimension finie sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres et polynôme caractéristique	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme.	Interprétation en termes de droite stable.
Spectre.	Notation Sp.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.	
Polynôme caractéristique d'un endomorphisme.	Le polynôme caractéristique, défini par la fonction polynomiale $$x \mapsto \chi_f(x) = \det(x\mathrm{id}_E - f),$$ est de coefficient dominant égal à 1.
Les valeurs propres d'un endomorphisme sont les racines de son polynôme caractéristique.	
Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres, spectre d'une matrice carrée.	Extension des définitions et de ces résultats aux matrices. Lien entre éléments propres d'un endomorphisme et ceux de sa matrice dans une base donnée.
Lien entre racines d'un polynôme annulateur d'une matrice et son spectre.	Cas d'un projecteur ou d'une symétrie. Le théorème de Cayley-Hamilton est hors programme.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E.	Les projecteurs et les symétries sont des endomorphismes diagonalisables
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et si l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé.	
Un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension n ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.	
Une matrice carrée est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.	Extension des résultats précédents au cas des matrices carrées.
c) Endomorphismes et matrices trigonalisables	
Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.	Démonstration hors programme.
En particulier, tout endomorphisme d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel est trigonalisable.	Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.
Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.	Extension des résultats au cas des matrices carrées.

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Applications de la réduction	
Si A et B sont semblables, alors il en est de même de leurs puissances. Formule $A^n = PB^nP^{-1}$ pour $n \in \mathbb{N}$ et et $A = PBP^{-1}$. Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	Les étudiants peuvent utiliser librement l'expression de D^n pour D diagonale. Application aux récurrences vectorielles d'ordre 1 de la forme $X_{n+1} = AX_n$. Les étudiants peuvent utiliser librement la relation $X_n = A^nX_0$.
Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants. Équation caractéristique. Base de solutions.	On se limite au cas homogène. Les étudiants doivent connaître la forme des solutions, à l'aide de la résolution de l'équation caractéristique.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Cette section fournit l'occasion de revoir une partie des notions abordées dans le cours d'analyse de première année. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour les calculs plus longs, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.	Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées. Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point.
Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles. Applications de classe $\mathscr{C}^k$ sur un intervalle I. Espace vectoriel $\mathscr{C}^k(I,\mathbb{R}^n)$. Formule de Taylor-Young pour une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Développement limité d'une fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire, d'une norme, d'un déterminant et d'un produit vectoriel.	
b) Courbes paramétrées	
Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.	
Courbe paramétrée. Tangente en un point.	La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.
Exemples de constructions d'arcs plans.	Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude. Hormis les cas d'asymptotes verticales et horizontales, l'étude du comportement asymptotique d'une courbe paramétrée est hors programme.
Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul. Cas particulier d'un point régulier. Point stationnaire.	L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme. Interprétation cinématique.

Contenus	Capacités & Commentaires
Position relative locale de la courbe par rapport à sa tangente. Point régulier, d'inflexion et de rebroussement. Longueur d'un arc paramétré régulier de classe $\mathscr{C}^1$.	Les étudiants doivent savoir utiliser les développements limités de chacune des composantes. L'abscisse curviligne est hors programme.

Intégration sur un intervalle quelconque

L'objectif de cette section est double :

- *étendre la notion d'intégrale étudiée en première année à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées*
- *définir, dans le cadre des fonctions continues, la notion de fonction intégrable.*

L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Intégrale généralisée sur un intervalle de la forme $[a, +\infty[$	
Pour f continue de $[a, +\infty[$ dans $\mathbb{K}$, l'intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} f$ est dite convergente si $\displaystyle\int_a^x f$ a une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$. Si f est positive sur $[a, +\infty[$, alors $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est majorée. Si f et g sont deux fonctions continues sur $[a, +\infty[$ telles que $0 \leqslant f \leqslant g$, la convergence de $\displaystyle\int_a^{+\infty} g$ implique celle de $\displaystyle\int_a^{+\infty} f$.	Notations $\displaystyle\int_a^{+\infty} f, \int_a^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$. Intégrale convergente (resp. divergente) en $+\infty$.
b) Intégrales généralisées sur un intervalle quelconque	
Adaptation du paragraphe précédent aux fonctions continues définies sur un intervalle semi-ouvert ou ouvert de $\mathbb{R}$. Propriétés des intégrales généralisées : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.	Notations $\displaystyle\int_a^{b} f, \int_a^{b} f(t)\,\mathrm{d}t$. Intégrale convergente (resp. divergente) en b, en a.
Intégrales de référence : $\int_1^{+\infty} t^{-\alpha}\mathrm{d}t$ et $\int_0^1 t^{-\alpha}\mathrm{d}t$. Nature et valeur de $\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$ et $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\mathrm{d}t$ selon le signe de α.	Les intégrales de la forme $\displaystyle\int_0^a \frac{1}{(t-a)^\alpha}\mathrm{d}t$ ne font pas partie des intégrales de référence.
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$ sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $\displaystyle\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\,\varphi'(u)\mathrm{d}u$ avec $a = \lim\limits_{u\to\alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim\limits_{u\to\beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.
c) Intégrabilité d'une fonction continue sur un intervalle	
Intégrale absolument convergente. La convergence absolue implique la convergence.	 Démonstration non exigible.

Contenus	Capacités & Commentaires
Une fonction f est dite intégrable sur I si elle est continue sur I et son intégrale sur I est absolument convergente.	Notations $\int_I f$, $\int_I f(t)\mathrm{d}t$. On utilise indifféremment les expressions « f est intégrable sur I » et « l'intégrale $\int_I f$ converge absolument ».
Linéarité, positivité et croissance de l'application $f \mapsto \int_I f(t)\mathrm{d}t$.	
Si f est continue et intégrable sur I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, $$\left\|\int_I f(t)\mathrm{d}t\right\| \leqslant \int_I \|f(t)\|\mathrm{d}t.$$	Démonstration non exigible pour une fonction à valeurs dans $\mathbb{C}$.
Espace vectoriel des fonctions intégrables sur I.	
Si f est une fonction continue et positive sur I et telle que $\int_I f(t)\mathrm{d}t = 0$, alors f est identiquement nulle sur I.	
Pour f et g fonctions continues sur $[a,+\infty[$: – si $\|f\| \leqslant \|g\|$, alors l'intégrabilité de g sur $[a,+\infty[$ implique celle de f . – si $f(t) \underset{t\to+\infty}{=} O\big(g(t)\big)$, alors l'intégrabilité de g sur $[a,+\infty[$ implique celle de f. – si $f(t) \underset{t\to+\infty}{\sim} g(t)$, alors l'intégrabilité de f sur $[a,+\infty[$ est équivalente à celle de g.	Adaptation au cas d'un intervalle quelconque. Le résultat s'applique en particulier si $f(t) \underset{t\to+\infty}{=} o\big(g(t)\big)$.

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.
L'étude de séries semi-convergentes est limitée aux exemples fournis par le théorème des séries alternées.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités	
Série à termes réels ou complexes; sommes partielles. Convergence ou divergence et, en cas de convergence, somme et restes.	La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Divergence grossière.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.	
Lien suite-série.	La suite (u_n) et la série télescopique $\sum(u_{n+1}-u_n)$ sont de même nature.
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.	
Si $0 \leqslant u_n \leqslant v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$.	De plus, $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$.
Théorèmes de comparaison pour les séries à termes positifs sous l'hypothèse $u_n \leqslant v_n$ à partir d'un certain rang ou $u_n = o(v_n)$.	
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.	Toute autre règle de comparaison est hors programme.
Théorème de comparaison série-intégrale : si $f : [n_0, +\infty[\to \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Exemples simples d'encadrements et d'application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.
Séries de Riemann.	Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.

c) Séries absolument convergentes

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Démonstration non exigible.
Pour une série absolument convergente $\sum u_n$, $$\left\lvert\sum_{n=0}^{+\infty} u_n\right\rvert \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} \lvert u_n\rvert.$$	

Séries alternées

Théorème des séries alternées : si la suite réelle (u_n) converge en décroissant vers 0, alors $\sum(-1)^n u_n$ converge.	Encadrement de la somme.

Séries entières

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. La variable est réelle ou complexe. Les objectifs de cette section sont les suivants :

- *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence;*
- *étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle;*
- *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Convergence d'une série entière	
Série entière d'une variable réelle ou complexe.	
Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r > 0$, tel que la suite $(a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $\lvert z\rvert < r$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence défini comme borne supérieure dans $\mathbb{R}\cup\{+\infty\}$ de l'ensemble des réels $r \geqslant 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée.	Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $\lvert z\rvert < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument, et pour $\lvert z\rvert > R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.	Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue.
Si $\lvert a_n\rvert \leqslant \lvert b_n\rvert$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est supérieur ou égal à celui de $\sum b_n z^n$.	
Si $\lvert a_n\rvert \sim \lvert b_n\rvert$, le rayon de convergence de la série entière $\sum a_n z^n$ est égal à celui de $\sum b_n z^n$.	
Application de la règle de d'Alembert pour les séries numériques au calcul du rayon.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.	Démonstration hors programme.

b) Somme d'une série entière d'une variable réelle

Contenus	Capacités & Commentaires
Fonction somme d'une série entière, domaine de définition.	
La fonction somme est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur son intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.	Démonstration hors programme.
Relation entre les coefficients et les dérivées successives en 0.	
Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.

c) Fonctions développables en série entière

Contenus	Capacités & Commentaires
Fonction développable en série entière au voisinage de 0.	Lien avec la série de Taylor.
Unicité du développement en série entière.	
Développements en série entière usuels : $$\frac{1}{1-x}, \quad \ln(1+x), \quad \mathrm{e}^x, \quad \cos(x), \quad \sin(x), \quad (1+x)^\alpha.$$	Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.

d) Exponentielle complexe

Contenus	Capacités & Commentaires
Développement en série entière admis : $$\exp(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}.$$	En première année, l'exponentielle complexe est définie par la relation $$\mathrm{e}^{x+iy} = \mathrm{e}^x(\cos(y) + i\sin(y))$$ où x et y sont deux réels quelconques.

Espaces préhilbertiens réels, espaces euclidiens

Cette section est organisée autour de trois objectifs :

- *introduire les notions fondamentales liées à la structure préhilbertienne ;*
- *étudier les isométries vectorielles et les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles.*

A - Structure préhilbertienne

Contenus	Capacités & commentaires

a) Produit scalaire et norme

Contenus	Capacités & commentaires
Produit scalaire.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$.
Espace préhilbertien réel, espace euclidien.	
Produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$.	Exemples de produits scalaires sur des espaces de fonctions ou de polynômes.
Norme associée à un produit scalaire, distance associée.	
Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.	
Identité du parallélogramme, identité de polarisation.	

Contenus	Capacités & Commentaires
b) Orthogonalité	
Vecteurs orthogonaux, sous-espaces orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace vectoriel F.	Notation $F^{\perp}$.
Théorème de Pythagore.	
Famille orthogonale, famille orthonormée (ou orthonormale).	
Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.	
Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.	Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre l'algorithme dans le cas d'un nombre restreint de vecteurs.
Existence de bases orthonormées en dimension finie. Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée ; expression du produit scalaire et de la norme.	
c) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie	
Pour étudier la notion de projection orthogonale et la distance à un sous-espace, on s'appuie sur des figures.	
Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien, alors F et $F^{\perp}$ sont supplémentaires.	En dimension finie, dimension de l'orthogonal.
Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de dimension finie. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormée.	Les étudiants doivent savoir déterminer le projeté orthogonal $p_F(x)$ d'un vecteur x sur un sous-espace F en calculant son expression dans une base orthonormée de F ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de $x - p_F(x)$ aux vecteurs d'une famille génératrice de F.
Le projeté orthogonal de x sur F est l'unique élément de F qui minimise $\|x - y\|$ avec $y \in F$. Distance d'un vecteur x à un sous-espace vectoriel F de dimension finie.	Notation $d(x, F)$.

B - Isométries d'un espace euclidien

Contenus	Capacités & commentaires
a) Isométries vectorielles d'un espace euclidien	
Un endomorphisme d'un espace euclidien est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme.	
Caractérisations par la conservation du produit scalaire, par l'image d'une base orthonormée .	
Symétrie orthogonale par rapport à un sous-espace. Réflexion.	On s'appuie sur des figures.
Groupe orthogonal.	Notation $\mathrm{O}(E)$. On vérifie ici les propriétés conférant à $\mathrm{O}(E)$ une structure de groupe, mais la définition axiomatique des groupes est hors programme.
Si un sous-espace est stable par une isométrie vectorielle, son orthogonal est stable par cette isométrie.	
b) Matrices orthogonales	
Matrice orthogonale : définition par l'égalité $A^{\top}A = I_n$.	Traduction sur les colonnes ou les lignes de A.
Groupe orthogonal d'ordre n.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R}), \mathrm{O}(n)$.
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormée de E, une base $\mathscr{B}$ de E est orthonormée si et seulement si la matrice de passage de $\mathscr{B}_0$ à $\mathscr{B}$ est orthogonale.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormée de E et u un endomorphisme de E, alors u est une isométrie vectorielle de E si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_0}(u)$ est orthogonale.	
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.	Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormée directe.
Isométrie vectorielle directe, indirecte. Groupe spécial orthogonal.	Notations $\mathrm{SO}_n(\mathbb{R}), \mathrm{SO}(n)$ et $\mathrm{SO}(E)$.
c) Classification en dimensions 2 et 3	
Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3. Caractérisation des symétries orthogonales par leurs représentations matricielles.	Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.
d) Matrices symétriques réelles	
Les valeurs propres d'une matrice symétrique réelle sont toutes réelles.	Démonstration non exigible.
Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux.	
Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $A = PDP^{-1} = PDP^{\top}$.	Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme.

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T-périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Cette section développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. L'interprétation géométrique de la n-ième somme de Fourier comme projection orthogonale relie les points de vue analytique et géométrique de la théorie. Cette section est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Fonctions définies par morceaux	
Une fonction à valeurs réelles définie sur un segment $[a,b]$ à est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur $[a,b]$ s'il existe une subdivision $a = a_0 < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable en une fonction continue (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$) sur $[a_i, a_{i+1}]$.	
Une fonction à valeurs réelles T-périodique est dite continue par morceaux sur $\mathbb{R}$ (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur une période.	Interprétation graphique.
Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T-périodiques et continues par morceaux sur $\mathbb{R}$ (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$).	
Intégrale sur une période d'une fonction T-périodique et continue par morceaux.	Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.
b) Coefficients et séries de Fourier	
Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction continue par morceaux T-périodique.	Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k. Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période.

Contenus	Capacités & Commentaires
Cas des fonctions paires, impaires.	
Série de Fourier d'une fonction f continue par morceaux T-périodique. Sommes partielles : pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $t \in \mathbb{R}$, $$S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)\right) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$	Dans le cas des fonctions continues, interprétation géométrique de $S_n(f)$ comme la projection orthogonale de f sur le sous-espace vectoriel engendré par les fonctions $t \mapsto \cos(k\omega t)$ et $t \mapsto \sin(k\omega t)$ ($k \in [\![0, n]\!]$) pour le produit scalaire défini par $\langle f, g\rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T f(t)g(t)\,\mathrm{d}t$.

c) Théorèmes de convergence

Théorème de Parseval : si f est une fonction T-périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$, alors les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et : $$\frac{1}{T}\int_0^T \lvert f(t)\rvert^2 \mathrm{d}t = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n^2 + b_n^2).$$	Démonstration hors programme. Interprétation géométrique du théorème de Parseval dans le cas des fonctions continues. Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.
Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T-périodique et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$, alors la série de Fourier de f converge en tout point et $$\lim_{n\to+\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h) + f(t-h)\big)$$	Démonstration hors programme. On appelle régularisée de f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $t \mapsto \frac{1}{2}\lim\limits_{h\to 0}\big(f(t+h) + f(t-h)\big)$.
Cas où f est continue et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux.	Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques.

Probabilités

A - Compléments sur les variables aléatoires réelles finies

Cette sous-section a pour objectifs de consolider les acquis de première année sur les variables aléatoires réelles finies et d'étendre les résultats au cas de n variables aléatoires. Dans ce cadre, l'accent est mis sur les couples. Les vecteurs aléatoires ne sont introduits que dans le but d'interpréter une loi binomiale comme une somme de lois de Bernoulli indépendantes. La notion d'espace probabilisé produit n'est pas au programme. L'univers est supposé fini.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Couple de variables aléatoires

Couple de variables aléatoires.	
Loi du couple ou loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.	La loi conjointe de X et Y est la loi de (X, Y), les lois marginales de (X, Y) sont les lois de X et Y. Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.
Loi conditionnelle de Y sachant $(X = x)$. Extension aux n-uplets de variables aléatoires.	

b) Variables aléatoires indépendantes

Couple de variables aléatoires indépendantes : pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $$P(X = x \cap Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$	

Contenus	Capacités & Commentaires
Si X et Y sont indépendantes, pour tout $(A,B) \subset X(\Omega)\times Y(\Omega)$, $$P\big((X,Y)\in A\times B\big) = P(X\in A)P(X\in B).$$	Démonstration hors programme.
Si X et Y sont indépendantes, les variables aléatoires $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi. Variables aléatoires indépendantes : si $(x_1,x_2,\dots,x_n)\in X_1(\Omega)\times X_2(\Omega)\times\ldots\times X_n(\Omega)$, alors $$P\Big(\bigcap_{i=1}^{n}(X_i=x_i)\Big)=\prod_{i=1}^{n}P(X_i=x_i).$$	Démonstration hors programme.
Si $X_1,\dots,X_n$ sont indépendantes, les variables aléatoires $f(X_1,\dots,X_p)$ et $g(X_{p+1},\dots,X_n)$ le sont aussi.	Démonstration hors programme.
Si $X_1,\dots,X_n$ sont indépendantes de loi $\mathscr{B}(p)$, alors $X_1+\cdots+X_n$ suit la loi $\mathscr{B}(n,p)$.	Les étudiants doivent savoir interpréter une loi binomiale comme une somme de lois de Bernoulli indépendantes.
c) Covariance	
Covariance d'un couple de variables aléatoires.	Notation $\mathrm{Cov}(X,Y)$.
Variance de $aX+bY$.	
Si X et Y sont indépendantes, $$\mathrm{E}(XY)=\mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y);\quad \mathrm{Cov}(X,Y)=0;$$ $$\mathrm{V}(X+Y)=\mathrm{V}(X)+\mathrm{V}(Y).$$	Les réciproques sont fausses en général.

B - Probabilités sur un univers dénombrable

On aborde dans cette sous-section l'étude des probabilités sur un univers dénombrable afin de modéliser les processus stochastiques à temps discret. Les résultats démontrés en première année dans le cadre d'un univers fini sont étendus sans démonstration. La construction d'espaces probabilisés modélisant notamment une suite d'expériences aléatoires indépendantes est hors de portée à ce niveau. On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de Ω. La notion de tribu est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Espaces probabilisés dénombrables	
Un ensemble est dit dénombrable s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$.	Un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n \mid n\in\mathbb{N}\}$. Dénombrabilité de $\mathbb{N}$, de $\mathbb{Z}$. On signale que les intervalles ne sont pas dénombrables. Toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme.
Expérience aléatoire, événements. Suite infinie d'événements ; union et intersection. Système complet d'événements.	Extension des définitions vues en première année. Les étudiants doivent faire le lien entre point de vue probabiliste et point de vue ensembliste.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
On appelle probabilité sur Ω toute application P de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$ vérifiant $P(\Omega)=1$ et, pour toute suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles : $$P\Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n\Big)=\sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n).$$	

b) Indépendance et conditionnement

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Si A et B sont deux événements tels que $P(B)>0$, on appelle probabilité conditionnelle de A sachant B le réel $$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}.$$	L'application P_B est une probabilité.
Formule des probabilités composées.	Brève extension des résultats vus dans le cadre d'un univers fini.
Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est un système complet d'événements de probabilités non nulles, alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et, $$P(B)=\sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n)=\sum_{n=0}^{+\infty} P_{A_n}(B)\,P(A_n).$$	La formule reste valable dans le cas d'une suite $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles tels que $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} P(A_n)=1$.
Formule de Bayes : si A et B sont deux événements tels que $P(A)>0$, $P(B)>0$, alors, $$P_B(A)=\frac{P_A(B)\,P(A)}{P(B)}.$$	
Indépendance de deux événements.	Si $P(B)>0$, l'indépendance de A et B équivaut à $P_B(A)=P(A)$.
Indépendance d'une famille finie d'événements.	L'indépendance des événements A_i deux à deux n'entraîne pas leur indépendance si $n\geqslant 3$.

C - Variables aléatoires discrètes

L'utilisation de variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite en pratique aux variables aléatoires définies sur un univers dénombrable.

a) Variable aléatoire réelle

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Une variable aléatoire réelle X est une application définie sur Ω et à valeurs dans $\mathbb{R}$.	
Loi de probabilité.	Notation P_X.
L'application P_X est définie par la donnée des $P(X=x)$ pour x dans $X(\Omega)$.	
Lien entre $P(X\leqslant x)$, $P(X\leqslant x-1)$ et $P(X=x)$ pour une variable aléatoire réelle discrète à valeurs entières.	
Image d'une variable aléatoire par une application.	Si f est une application à valeurs réelles, on admet que $f(X)$ est une variable aléatoire et on se limite aux cas simples du type X^2 et X^3.

b) Espérance

La variable aléatoire réelle X est dite d'espérance finie si la série $\sum x_n P(X = x_n)$ est absolument convergente. Dans ce cas, on appelle espérance de X le réel $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$.	On admet que la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} x_n P(X = x_n)$ ne dépend pas de l'ordre d'énumération. Notation $\mathrm{E}(X)$.
Linéarité de l'espérance.	Démonstration hors programme.
Théorème du transfert : si X est une variable aléatoire et f une application à valeurs réelles définie sur l'image $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$ de X, alors $f(X)$ est d'espérance finie si et seulement si la série $\sum P(X = x_n)\ f(x_n)$ converge absolument. Dans ce cas, on a : $$\mathrm{E}(f(X)) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(X = x_n)\ f(x_n).$$	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent savoir calculer une espérance en appliquant le théorème du transfert.

c) Variance et écart type d'une variable aléatoire

Si la variable aléatoire X^2 est d'espérance finie, alors X est elle-même d'espérance finie.	
Lorsque X^2 est d'espérance finie, alors $(X - \mathrm{E}(X))^2$ est d'espérance finie et on appelle variance de X le réel $\mathrm{E}\big((X - \mathrm{E}(X))^2\big)$.	Notation $\mathrm{V}(X)$.
Relation $\mathrm{V}(X) = \mathrm{E}(X^2) - (\mathrm{E}(X))^2$ (Koenig-Huygens).	
Interpréter la variance comme indicateur de dispersion.	
Écart type d'une variable aléatoire.	
$\mathrm{V}(aX + b) = a^2\,\mathrm{V}(X)$ pour a et b réels.	
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

d) Lois usuelles

Pour $p \in\ ]0,1[$, loi géométrique de paramètre p : la variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{G}(p)$ si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = p(1-p)^{k-1}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$. Les étudiants doivent savoir reconnaître des situations modélisables par une loi géométrique. La loi géométrique peut être interprétée comme rang du premier succès dans une suite infinie d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p. On remarquera que cette interprétation requiert l'existence d'une suite $(X_n)_{n\geqslant 1}$ de variables de Bernoulli indépendantes, donc un univers non dénombrable. Elle est donnée à titre heuristique.
Pour $\lambda \in \mathbb{R}$, loi de Poisson de paramètre λ : la variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{P}(\lambda)$ si et seulement si $$\forall k \in \mathbb{N}, \quad P(X = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}.$$	Notation $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$. Illustration numérique de l'approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson pour certains paramètres (loi des événements rares).
Espérance et variance d'une loi géométrique, d'une loi de Poisson.	

Équations différentielles linéaires

L'étude des équations différentielles est limitée au cas linéaire en raison de son importance dans d'autres champs disciplinaires.
Cette section donne l'occasion de faire le lien avec les résultats de première année dans le cas des coefficients constants.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles linéaires d'ordre 1	
Équation différentielle linéaire du premier ordre $$y' + a(t)y = b(t),$$ où a et b sont des fonctions réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle I.	Équation homogène associée.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène.	Détermination des solutions.
Principe de superposition.	
Structure de l'ensemble des solutions.	Plan de résolution.
Méthode de variation de la constante.	Le raccordement de solutions est hors programme.
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour une équation de la forme $y' + a(t)y = b(t)$.	Détermination de la solution vérifiant une condition initiale donnée.
b) Équations différentielles d'ordre 2	
Équation différentielle linéaire du second ordre $$y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t),$$ où a, b, c sont des fonctions réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle I.	Équation homogène associée.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène.	
Principe de superposition.	Le raccordement de solutions est hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Recherche de solutions particulières polynomiales ou développables en série entière.
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour une équation de la forme $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$.	Démonstration hors programme.
Résolution complète par abaissement de l'ordre dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.	On donne toute indication utile.
Exemples de résolution d'équations différentielles par changement de variable.	On donne toute indication utile.
c) Systèmes différentiels linéaires homogènes à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice carrée réelle ou complexe à coefficients constants.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique guidée de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.
Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.	Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2 étudiée en première année.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans cette section sont définies sur une partie de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples, application à l'étude de certaines courbes et surfaces.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$ ($n \leqslant 3$)	
Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^n$.	Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.
Boule ouverte, boule fermée. Partie bornée de $\mathbb{R}^n$. Partie ouverte, partie fermée.	
Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Intérieur, frontière (ou bord) d'une partie de $\mathbb{R}^n$.	Chaque définition est assortie d'une figure. Les caractérisations séquentielles sont hors programme.
b) Limite et continuité	
Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations. Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^n$ est bornée et atteint ses bornes.	L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
c) Dérivées partielles	
Dérivées partielles d'ordre 1 en un point intérieur.	Notations $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$. La notion de différentielle en un point est hors programme.
Gradient.	Notation ∇f.
Point critique. Fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert. Opérations.	
Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Existence admise.
Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$.	
Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.
Dérivées partielles d'ordre 2 en un point intérieur.	Notations $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\partial_1 \partial_2 f$.
Fonction de classe $\mathscr{C}^2$. Opérations.	
Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.
d) Équations aux dérivées partielles	
Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables suggéré dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires.
e) Extremums d'une fonction de deux variables	
Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique. Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^2$.	

Contenus	Capacités & Commentaires
f) Applications géométriques	
Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	Cas particulier des courbes d'équation $y = g(x)$.
Point régulier.	
Tangente en un point régulier définie comme la droite orthogonale au gradient et passant par le point.	En admettant l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$, lien avec la tangente à un arc paramétré.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	Démonstration hors programme.
Surface définie par une équation $f(x, y, z) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	Cas particulier des surfaces d'équation $z = g(x, y)$.
Point régulier.	
Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.	
Position relative locale entre une surface d'équation $z = g(x, y)$ et son plan tangent.	

Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière scientifique

Voie Technologie et sciences industrielles (TSI)

Annexe 2
Programmes de physique-chimie

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Classes préparatoires aux grandes écoles

Programme de physique-chimie de la classe TSI

1ère année

Programme de physique-chimie de la voie TSI
Classe de première année

Préambule

Objectifs de formation

Le programme de physique-chimie de la classe de TSI première année est conçu comme un socle cohérent et ambitieux de connaissances et de capacités scientifiques préparant les étudiants à la deuxième année de classe préparatoire et, au-delà, à un cursus d'ingénieur, de chercheur ou d'enseignant. Il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences déjà travaillées au lycée inhérentes à la pratique de la démarche scientifique : observer et s'approprier, analyser et modéliser, réaliser et valider, et enfin communiquer et valoriser ses résultats.

L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour l'enseignant.
Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales qui développent la curiosité, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est au cœur de son enseignement, que ce soit en cours ou lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales habituent les étudiants à se confronter au réel, comme ils auront à le faire dans l'exercice de leur métier.

De même, l'introduction de capacités numériques dans le programme prend en compte la place nouvelle des sciences numériques dans la formation des scientifiques notamment dans le domaine de la simulation. Elles offrent aux étudiants la possibilité d'effectuer une modélisation avancée du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires.

La démarche de modélisation occupe également une place centrale dans le programme pour former les étudiants à établir, de manière autonome, un lien fait d'allers-retours entre le « monde » des objets, des expériences, des faits, et celui des modèles et des théories. L'enseignant doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative. La construction d'un modèle passe aussi par l'utilisation maîtrisée des mathématiques dont un des fondateurs de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde.

Enfin, l'autonomie et la prise d'initiative sont spécifiquement développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes » qui visent à exercer les étudiants à mobiliser de façon complémentaire connaissances et capacités pour répondre à un questionnement ou atteindre un but sans qu'aucune démarche de résolution ne soit fournie.

Organisation du programme

Le programme est organisé en deux parties.

Dans la première partie, intitulée **« Formation expérimentale »,** sont décrits les objectifs de formation sur le thème « Mesures et incertitudes » ainsi que les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre doit notamment s'appuyer sur des problématiques concrètes identifiées en gras dans la seconde partie du programme intitulée « **Contenus thématiques** ». Elles doivent être programmées par l'enseignant de façon à assurer un apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.

La seconde partie, intitulée « **Contenus thématiques »** est structurée autour de quatre thèmes : « ondes et signaux », « mouvements et interactions », « l'énergie : conversions et transferts » et

« constitution et transformations de la matière ». La présentation en deux colonnes (« Notions et contenus » et « Capacités exigibles ») met en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont le plus souvent des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace.
Certains items de cette seconde partie**, identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés en priorité lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant doivent être privilégiées. La présence de capacités numériques explicitées atteste par ailleurs de la volonté de renforcer ce volet de la formation des étudiants.

Trois annexes sont consacrées d'une part au matériel nécessaire à la mise en œuvre des programmes, d'autre part aux outils mathématiques et aux outils numériques que les étudiants doivent savoir mobiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie à la fin de l'année de la classe de TSI première année.

Ce programme précise les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il n'impose en aucun cas une progression pour chacun des deux semestres ; celle-ci relève de la liberté pédagogique de l'enseignant.

Les compétences travaillées dans le cadre de la démarche scientifique

L'ensemble des activités proposées en classe préparatoire aux grandes écoles – activités expérimentales, résolutions de problèmes, TIPE, etc. – permet de travailler les compétences de la démarche scientifique qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences. L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces dernières lors d'une activité.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation en CPGE. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les étudiants et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec la situation étudiée. - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.). - Énoncer ou dégager une problématique scientifique. - Représenter la situation par un schéma modèle. - Identifier les grandeurs pertinentes, leur attribuer un symbole. - Relier le problème à une situation modèle connue. - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie.
Analyser/ Raisonner	- Formuler des hypothèses. - Décomposer un problème en plusieurs problèmes plus simples. - Proposer une stratégie pour répondre à une problématique. - Choisir, concevoir, justifier un protocole, un dispositif expérimental, un modèle ou des lois physiques. - Évaluer des ordres de grandeur. - Identifier les idées essentielles d'un document et leurs articulations.

	- Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments d'un ou de documents.
Réaliser	- Mettre en œuvre les étapes d'une démarche, un protocole, un modèle. - Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau, d'un schéma, d'une photo. - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure. - Utiliser le matériel et les produits de manière adaptée en respectant des règles de sécurité. - Effectuer des représentations graphiques à partir de données. - Mener des calculs analytiques ou à l'aide d'un langage de programmation, effectuer des applications numériques. - Conduire une analyse dimensionnelle.
Valider	- Exploiter des observations, des mesures en estimant les incertitudes. - Confronter les résultats d'un modèle à des résultats expérimentaux, à des données figurant dans un document, à ses connaissances. - Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. - Analyser les résultats de manière critique. - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.). - Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	- À l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de sa démarche de manière synthétique, organisée et cohérente. o rédiger une synthèse, une analyse, une argumentation. o utiliser un vocabulaire scientifique précis et choisir des modes de représentation adaptés (schémas, graphes, cartes mentales, etc.). - Écouter, confronter son point de vue.

Le niveau de maîtrise de ces compétences dépend de **l'autonomie et de l'initiative** requises dans les activités proposées aux étudiants sur les notions et capacités exigibles du programme.
La mise en œuvre des programmes doit aussi être l'occasion d'aborder avec les étudiants des questions liées à l'histoire de l'évolution des idées, des modèles et des théories en physique-chimie, à des questions liées à la recherche scientifique actuelle et à des enjeux citoyens comme la responsabilité individuelle et collective, la **sécurité** pour soi et pour autrui, l'**environnement** et le **développement durable** ou encore le **réchauffement climatique**.

Repères pour l'enseignement

Dans le cadre de la liberté pédagogique, l'enseignant organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- privilégier la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment favoriser la réflexion, le raisonnement, la participation et l'autonomie des étudiants. L'investigation expérimentale et la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité ;
- recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés industriels ou d'objets technologiques. Le recours à des approches documentaires est un moyen pertinent pour

diversifier les supports d'accès à l'information scientifique et technologique et ainsi former l'étudiant à mieux en appréhender la complexité et à apprendre par lui-même. Lorsque le thème traité s'y prête, l'enseignant peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, avec des questions d'actualité ou des débats d'idées ;
- contribuer à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines scientifiques : mathématiques, informatique, sciences industrielles de l'ingénieur.

Concernant l'évaluation, qui vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants, l'enseignant veille soigneusement à identifier les compétences et les capacités mobilisées dans les activités proposées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

Enfin, le professeur veille aussi à développer chez les étudiants des compétences transversales et préprofessionnelles relatives aux capacités suivantes :
- identifier les différents champs professionnels et les parcours pour y accéder ;
- valoriser ses compétences scientifiques et techniques en lien avec son projet de poursuite d'études ou professionnel.

Formation expérimentale

Cette partie est spécifiquement dédiée à la mise en œuvre de la formation expérimentale des étudiants lors des séances de travaux pratiques.

Dans un premier temps, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la mesure et de l'évaluation des incertitudes. Elle présente ensuite de façon détaillée l'ensemble des capacités expérimentales qui doivent être acquises en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE. Enfin, elle aborde la question de la prévention du risque au laboratoire de physique-chimie.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure dans l'annexe 1 du présent programme.

1. Mesures et incertitudes

Les notions et capacités identifiées ci-dessous couvrent les deux années de formation en classe préparatoire aux grandes écoles ; leur pleine maîtrise est donc un objectif de fin de seconde année.
L'accent est mis sur la variabilité de la mesure d'une grandeur physique et sa caractérisation à l'aide de l'incertitude-type. La comparaison entre deux valeurs mesurées d'une même grandeur physique est conduite au moyen de l'écart normalisé, l'objectif principal étant de développer l'esprit critique des étudiants en s'appuyant sur un critère quantitatif. Le même esprit prévaut dans l'analyse des résultats d'une régression linéaire qui ne saurait s'appuyer sur l'exploitation non raisonnée du coefficient de corrélation (R^2).
Le recours à la simulation vise à illustrer, sur la base de mesures expérimentales, différents effets de la variabilité de la mesure d'une grandeur physique dans le cas des incertitudes-types composées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude. Incertitude-type.	Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B). Associer un intervalle de confiance à l'écart-type dans l'hypothèse d'une distribution suivant la loi normale.
Incertitudes-types composées.	Évaluer l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs, dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient. Comparer entre elles les différentes contributions lors de l'évaluation d'une incertitude-type composée. <u>Capacité numérique</u> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
Écriture du résultat d'une mesure.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.
Comparaison de deux valeurs ; écart normalisé.	Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues à l'aide de leur écart normalisé. Analyser les causes d'une éventuelle incompatibilité entre le résultat d'une mesure et le résultat attendu par une modélisation.
Régression linéaire.	Utiliser un logiciel de régression linéaire afin d'obtenir les valeurs des paramètres du modèle. Analyser les résultats obtenus à l'aide d'une procédure de validation : analyse graphique intégrant les barres d'incertitude. <u>Capacité numérique</u> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de variation des valeurs expérimentales de l'une des grandeurs – simulation Monte-Carlo – pour évaluer l'incertitude sur les paramètres du modèle.

2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés en gras dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « **Contenus thématiques** » du programme – peuvent servir à définir. Le travail de ces capacités et leur consolidation se poursuit en seconde année.

Dans le tableau ci-dessous, les différentes capacités à acquérir sont groupées par domaines thématiques ou transversaux. Cela ne signifie pas qu'une activité expérimentale se limite à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de longueurs et d'angles Longueurs : sur un banc d'optique.	Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement d'un viseur entre deux positions.
Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.	Évaluer par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique et en estimer la précision.
Angles : avec un goniomètre.	Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette autocollimatrice. Utiliser des vis micrométriques et un réticule. Mesurer l'indice de réfraction d'un prisme.
Longueurs d'onde.	Relever des longueurs d'onde sur un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique. Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.
2. Mesures de temps et de fréquences Fréquence ou période : mesure au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou *via* une carte d'acquisition.	Mettre en œuvre une méthode de mesure de fréquence ou de période.
Analyse spectrale.	Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage et la durée totale d'acquisition. Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
Décalage temporel, déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.	Reconnaître une avance ou un retard de phase. Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement. Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou π en mode XY.

3. Électricité Mesurer une tension : - mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer l'intensité d'un courant : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; - mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée. Mesurer une résistance ou une impédance : - mesure directe à l'ohmmètre/capacimètre ; - mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.	Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : - choisir les calibres adaptés à la mesure faite ; - préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; - définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête, etc.).
Produire un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.	Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.
Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes : - filtrage ; - intégration.	Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses. Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique. Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.
4. Optique Former une image.	Éclairer un objet de manière adaptée. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, choisir leur focale de façon raisonnée et aligner l'ensemble du système optique. Estimer une valeur approchée d'une distance focale.
Créer ou repérer une direction de référence.	Régler et mettre en œuvre une lunette autocollimatrice et un collimateur.
Analyser une image numérique	Acquérir (avec une webcam, un appareil photo numérique, etc.) l'image, et l'exploiter à l'aide d'un logiciel pour conduire l'étude d'un phénomène.
5. Mécanique Mesurer une masse, un moment d'inertie.	Utiliser une balance de précision. Mesurer un moment d'inertie à partir d'une période.
Visualiser et décomposer un mouvement.	Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à

	l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
Mesurer une vitesse, une accélération.	Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.
Quantifier une action.	Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.
6. Thermodynamique Mesurer une pression.	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.
Mesurer une température.	Mettre en œuvre un capteur de température, par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
7. Mesures de grandeurs en chimie Mesurer un volume, une masse, un pH, une conductance et une conductivité, une absorbance.	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise. Préparer une solution de concentration en masse ou en quantité de matière donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de composition connue avec le matériel approprié. Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé. Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance) en s'aidant d'une notice. Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.
8. Analyses qualitatives et quantitatives Effectuer des tests qualitatifs.	Proposer ou mettre en œuvre, à partir d'informations fournies, des tests qualitatifs préalables à l'élaboration d'un protocole.
Réaliser des dosages par étalonnage.	Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques de l'espèce ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage. Déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.
Réaliser des dosages par titrage direct. Équivalence. Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, conductimétrie, indicateurs colorés de fin de titrage.	Exploiter la réaction support d'un titrage unique (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé). Justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher. Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct. Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage.

Exploiter des courbes expérimentales de titrage.	Exploiter une courbe de titrage pour déterminer la concentration en espèce titrée. Utiliser un logiciel de simulation pour confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale. Distinguer l'équivalence et le repérage du virage d'un indicateur coloré de fin de titrage.
Mettre en œuvre des suivis cinétiques de transformations chimiques. Suivi en continu de l'évolution temporelle d'une grandeur physique.	Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction. Mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse. Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.

3. Prévention du risque au laboratoire de physique-chimie

Les étudiants doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique, optique et celles liées à la pression et à la température leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques au laboratoire	Adopter une attitude responsable et adaptée au travail en laboratoire. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.
- **Risque chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Classes et catégories de danger. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Mentions de danger (H) et conseils de prudence (P). Fiches de sécurité.	Relever les indications sur le risque associé au prélèvement, au mélange et au stockage des produits chimiques et adopter une attitude responsable lors de leur utilisation.
- **Risque électrique**	Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
- **Risque optique**	Utiliser les sources laser et les diodes électroluminescentes de manière adaptée.
- **Risques liés à la pression et à la température**	Adopter une attitude responsable lors de manipulations de corps chauds ou de dispositifs engageant des hautes ou des basses pressions.
4. Prévention de l'impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Contenus thématiques

L’organisation des semestres est la suivante.

Premier semestre

Thème 1 : ondes et signaux (1)
- 1.1. Propagation d’un signal
- 1.2. Formation des images
- 1.3. Signaux électriques dans l’ARQS
- 1.4. Circuit linéaire du premier ordre et oscillateurs libres

Thème 4 : constitution et transformations de la matière (1)
- 4.1. Molécules, ions et cristaux
- 4.2. Relations structure des entités - propriétés physiques macroscopiques
- 4.3. Transformations de la matière
- 4.4. Évolution temporelle d’un système chimique

Thème 2 : mouvements et interactions
- 2.1. Description et paramétrage du mouvement d’un point
- 2.2. Lois de Newton
- 2.3. Approche énergétique du mouvement d’un point matériel
- 2.4. Mouvement d’un solide en rotation autour d’un axe fixe

Deuxième semestre

Thème 1 : ondes et signaux (2)
- 1.5. Oscillateurs forcés
- 1.6. Filtrage linéaire
- 1.7. Champ magnétique
- 1.8. Actions d’un champ magnétique
- 1.9. Lois de l’induction
- 1.10. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps
- 1.11. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire
- 1.12. Convertisseurs électromécaniques

Thème 3 : l’énergie : conversions et transferts
- 3.1. Descriptions microscopique et macroscopique d’un système à l’équilibre
- 3.2. Énergie échangée par un système au cours d’une transformation
- 3.3. Premier principe. Bilans d’énergie
- 3.4. Deuxième principe. Bilans d’entropie
- 3.5. Machines thermiques

Thème 4 : constitution et transformations de la matière (2)
- 4.5. Réactions acide-base et de précipitation
- 4.6. Réactions d’oxydo-réduction

A. Premier semestre

Thème 1 : ondes et signaux (1)

Dans la partie **1.1. « Propagation d'un signal »**, il est recommandé de s'appuyer sur l'approche expérimentale et sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation physique des signaux qui se propagent et leurs représentations spatiales et temporelles. L'introduction de la somme de deux sinusoïdes à travers le phénomène d'interférences permet de faire ressortir le rôle essentiel que joue le déphasage entre deux signaux dans le signal résultant obtenu. L'approche de la diffraction est purement descriptive et expérimentale, et envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est notamment d'introduire l'approximation de l'optique géométrique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Propagation d'un signal	
Signaux.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $g(x+ct)$. Écrire les signaux sous la forme $f(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$. Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée, et l'évolution spatiale à un instant donné.
Onde progressive sinusoïdale : phase, double périodicité spatiale et temporelle.	Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques. Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. **Mesurer la longueur d'onde et la célérité d'une onde progressive sinusoïdale.**
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence. Déphasage.	Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.**
Diffraction à l'infini.	Utiliser la relation $\theta \approx \lambda/d$ entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture. **Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.**

La partie **1.2.** « **Formation des images** » portant sur l'optique géométrique ne doit pas être enseignée ou évaluée pour elle-même mais avec comme objectifs principaux de servir de point d'appui pour des approches expérimentales en première année et pour l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.2. Formation des images	

Lumière : aspects particulaire et ondulatoire. Énergie d'un photon.	Utiliser l'expression reliant l'énergie d'un photon à la fréquence.
Sources lumineuses Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	Caractériser une source lumineuse par son spectre. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Indice d'un milieu transparent.	Établir la relation entre la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans un milieu.
Modèle de l'optique géométrique Approximation de l'optique géométrique et modèle du rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Snell-Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Conditions de l'approximation de Gauss et applications Stigmatisme. Miroir plan.	Construire l'image d'un objet par un miroir plan, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
Conditions de l'approximation de Gauss.	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.
Lentilles minces. Formules de conjugaison et de grandissement transversal.	Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers, de la distance focale, de la vergence. Construire l'image d'un objet réel ou virtuel situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle. Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal (de Descartes uniquement). **Mettre en œuvre un dispositif optique d'utilisation courante modélisable à l'aide de deux lentilles.**
Modèles de quelques dispositifs optiques L'œil. Punctum proximum, punctum remotum.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe. Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
L'appareil photographique.	Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille mince et d'un capteur. Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné. **Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.**
La fibre optique à saut d'indice.	Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

La partie **1.3. « Signaux électriques dans l'ARQS »** pose les bases nécessaires à l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Si le programme se concentre sur l'étude des dipôles R, L et C, il est possible, lors des travaux pratiques, de faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (filtres à capacité commutée, diodes, photorésistances, etc.) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.3. Signaux électriques dans l'ARQS	
Charge électrique, intensité du courant électrique. Potentiel, référence de potentiel, tension. Puissance.	Utiliser les ordres de grandeur des charges des électrons et des ions en vue de légitimer l'utilisation de grandeurs électriques continues. Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge. Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge. Utiliser la loi des nœuds et celle des mailles. Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur. Citer des ordres de grandeur des intensités, des tensions et des puissances dans différents domaines d'application.
Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	Utiliser les relations entre l'intensité et la tension. Citer des ordres de grandeurs de valeurs de résistances, de capacités et d'inductances. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance. Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou dans une bobine. Modéliser une source en utilisant la représentation de Thévenin.
Association de deux résistances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	Extraire des grandeurs électriques de la notice d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de son utilisation sur le fonctionnement d'un circuit. **Étudier l'influence des résistances d'entrée ou de sortie sur le signal délivré par un GBF sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.**

La partie **1.4. « Circuit linéaire du premier ordre et oscillateurs libres »** aborde l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des méthodes mises en œuvre et leur exploitation pour étudier l'effet d'un système linéaire sur un signal. Le choix est fait de présenter simultanément les oscillateurs électriques et mécaniques de manière à mettre l'accent sur les analogies formelles et comportementales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.4. Circuit linéaire du premier ordre et oscillateurs libres	
Régime libre, réponse à un échelon de tension.	Distinguer sur un relevé expérimental, le régime transitoire et le régime permanent d'un signal à la sortie d'un système du premier ordre soumis à un échelon de tension. Utiliser un modèle équivalent aux dipôles pour déterminer les grandeurs électriques en régime permanent. Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant traversant une bobine. Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles. Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon de tension. Déterminer un ordre de grandeur de la durée d'un régime transitoire. **Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit linéaire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux résultats d'un modèle.** Capacité numérique : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation de forme quelconque.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser un bilan énergétique.
Oscillateur harmonique. Exemples du mouvement sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse, et du circuit LC.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique ; la résoudre compte tenu des conditions initiales. Caractériser l'évolution en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation. Déterminer, en s'appuyant sur des arguments physiques et une analyse dimensionnelle, la position d'équilibre et le mouvement d'une masse fixée à un ressort vertical. Réaliser le bilan énergétique du circuit LC.
Oscillateur amorti. Exemples du mouvement amorti par frottement visqueux d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse, et du circuit RLC.	Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques. Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques. Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.

	Décrire la nature de la réponse en fonction du facteur de qualité. Établir l'expression de la réponse dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité. **Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.** **Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un système linéaire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.**
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser le bilan énergétique du circuit RLC série.

Thème 4 : Constitution et transformations de la matière (1)

Un des objectifs de la partie **4.1. « Molécules, ions et cristaux »** est de proposer une représentation simple d'entités chimiques moléculaires à l'aide du modèle de Lewis. On peut montrer, sur quelques exemples, les limites du modèle de Lewis. Un deuxième objectif est de prévoir les éventuelles polarisations des liaisons dans une entité chimique et d'en déduire les moments dipolaires associés. Les notions sur les cristaux parfaits présents dans cette partie ne doivent conduire à aucun calcul de cristallographie, si ce n'est celui de la valeur de la masse volumique d'un cristal parfait.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.1. Molécules, ions et cristaux	
Modèle de la liaison covalente Liaison covalente localisée. Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion monoatomique ou d'un ion polyatomique. Règle de l'octet.	Établir un ou des schémas de Lewis pertinent(s) pour une molécule ou un ion constitué des éléments C, H, O et N.
Géométrie et polarité des entités chimiques Électronégativité : liaison polarisée, moment dipolaire, molécule polaire.	Associer qualitativement la géométrie d'une entité à une minimisation de son énergie. Comparer les électronégativités de deux atomes à partir de données ou de leurs positions dans le tableau périodique. Prévoir la polarisation d'une liaison à partir des électronégativités comparées des deux atomes mis en jeu. Relier l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent à la structure géométrique donnée d'une molécule. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une liaison ou d'une molécule de géométrie donnée.

Modèle du cristal parfait. Exemples de cristaux métalliques, ioniques et covalents.	Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la formule chimique qui représente un cristal parfait, sa structure étant donnée. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un cristal parfait. **Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et pour déterminer des paramètres géométriques.**

La partie **4.2. « Relations structure des entités - propriétés physiques macroscopiques »** a pour objectif de permettre l'identification des interactions entre entités moléculaires ou ioniques afin d'interpréter, de prévoir ou de comparer certaines propriétés physiques : température de changement d'état, miscibilité, solubilité dans l'eau.
De nombreuses illustrations et applications dans la vie courante, au niveau du laboratoire ou dans le domaine du vivant peuvent être proposées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.2. Relations structure des entités - propriétés physiques macroscopiques	
Interaction entre entités Interactions de van der Waals. Liaison hydrogène ou interaction par pont hydrogène.	Comparer les énergies de l'interaction de van der Waals, de la liaison hydrogène et de la liaison covalente. Interpréter l'évolution de températures de changement d'état de corps purs moléculaires à l'aide de l'existence d'interactions de van der Waals ou par pont hydrogène.
Solubilité ; miscibilité Grandeurs caractéristiques et propriétés de solvants moléculaires : moment dipolaire, caractère protogène. Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.	Interpréter la solubilité d'une espèce chimique moléculaire ou ionique dans l'eau.

L'objectif de la partie **4.3. « Transformations de la matière »** est d'amener les étudiants à mobiliser de manière autonome les notions et modèles pour décrire, au niveau macroscopique, un système physique ou physico-chimique et son évolution. Il convient que les problématiques abordées, les illustrations et les applications prennent largement appui sur des transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, en milieu industriel ou dans le monde du vivant.
Les concepts développés dans cette partie permettent d'envisager l'optimisation des transformations ou des analyses. L'étude quantitative de l'état final d'un système, siège d'une transformation chimique, est réalisée à partir d'une modélisation par une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. Il s'agit de prévoir le sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et de déterminer leur composition dans l'état final.
Les compétences relatives à cette partie du programme sont ensuite réinvesties au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de la thermodynamique chimique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.3. Transformations de la matière	
Transformations physique, chimique, nucléaire.	Identifier la nature d'une transformation.

Transformations physiques. États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin. Notion de phase.	Identifier la nature d'une transformation physique.
Système physico-chimique Espèces physico-chimiques.	Recenser les espèces physico-chimiques présentes dans un système.
Corps purs et mélanges : concentrations en quantité de matière et en masse, fractions molaire et massique, pression partielle. Composition d'un système physico-chimique.	Décrire la composition d'un système à l'aide de grandeurs physiques pertinentes.
Transformation chimique d'un système Modélisation d'une transformation par une réaction chimique.	Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée.
Équation de réaction, constante thermodynamique d'équilibre.	**Déterminer une constante thermodynamique d'équilibre.**
Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une réaction chimique unique : avancement, activité, quotient de réaction, critère d'évolution.	Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque. Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélange de gaz parfaits avec référence à l'état standard. Exprimer le quotient de réaction. Prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.
Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.	Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. <u>Capacité numérique</u> : déterminer, à l'aide d'un langage de programmation, l'état final d'un système, siège d'une transformation, modélisée par une réaction chimique unique à partir des conditions initiales et de la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre.

La partie **4.4. « Évolution temporelle d'un système chimique »** permet de dégager expérimentalement les facteurs cinétiques concentration et température. Cette mise en évidence est prolongée par les premières modélisations macroscopiques d'évolution des concentrations avec des lois de vitesse d'ordre simple et d'influence de la température avec la loi d'Arrhenius.
Les déterminations d'ordre global ou apparent mettent en œuvre la méthode intégrale, et peuvent s'effectuer à l'aide de logiciels dédiés ou de programmes élaborés en langage de programmation, pour l'exploitation des mesures expérimentales dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.4. Évolution temporelle d'un système chimique	

Vitesses volumiques de consommation d'un réactif et de formation d'un produit. Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.	Relier la vitesse de réaction à la vitesse volumique de consommation d'un réactif ou de formation d'un produit. **Déterminer l'influence d'une concentration sur la vitesse d'une réaction chimique.**
Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent. Temps de demi-réaction.	Exprimer, pour une transformation modélisée par une seule réaction chimique, la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre. Déterminer la valeur de la constante de vitesse à une température donnée. Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode graphique. Déterminer un ordre de réaction à l'aide des temps de demi-réaction. Déterminer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou en se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques. **Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.** <u>Capacité numérique</u> : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler l'évolution temporelle de la concentration des constituants.
Loi d'Arrhenius ; énergie d'activation	Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures. **Déterminer l'énergie d'activation d'une réaction chimique.**

Thème 2 : mouvements et interactions

La partie **2.1. « Description et paramétrage du mouvement d'un point »** vise notamment à mettre en place les principaux systèmes de coordonnées : cartésiennes, polaires et cylindriques. Le but est de permettre aux étudiants de disposer d'outils efficaces pour décrire une assez grande variété de mouvements de points. Pour atteindre cet objectif, il convient de les familiariser progressivement avec les projections et dérivations de vecteurs ainsi qu'avec l'algébrisation des grandeurs dans un contexte relevant de la physique. Enfin, cette partie est l'occasion de procéder à des analyses qualitatives des comportements cinématiques de systèmes réels décrits par un point, notamment sur les exemples simples des mouvements rectilignes et circulaires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point	

Cinématique du point Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Description du mouvement d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. Systèmes de coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.	Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.
	Identifier les degrés de liberté d'un mouvement. Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé. Construire le trièdre local associé au repérage d'un point.
Mouvement à vecteur accélération constant.	Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes des vecteurs position, vitesse et accélération en coordonnées polaires. Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.
	Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.

Dans la partie **2.2. « Lois de Newton »**, on cherche d'abord à renforcer les compétences des étudiants relatives à la mise en équations d'un problème, qu'il s'agisse des étapes de bilans de forces ou de projection de la deuxième loi de Newton sur la base choisie. On vise par ailleurs, sur l'exemple de quelques mouvements simples, à renforcer les compétences d'analyse qualitative d'une équation différentielle : stabilité des solutions, positions d'équilibre, type d'évolution, durée ou période typique d'évolution, etc. Cette pratique s'articule avec l'utilisation d'un langage de programmation pour résoudre des équations différentielles. Enfin, il s'agit aussi de sensibiliser les étudiants aux limites de validité de certains modèles, et ainsi de donner toute leur importance aux étapes de modélisation et de validation d'un modèle. On ne considère que des systèmes fermés. Concernant les satellites et les planètes, on se limite aux mouvements circulaires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2. Lois de Newton	
Référentiel galiléen. Première loi de Newton.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Notion de force. Troisième loi de Newton.	Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Deuxième loi de Newton.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.

	Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.	Mettre en équation le mouvement sans frottement d'un point matériel et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant.
Modèles d'une force de frottement fluide. Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme en présence de frottement fluide.	Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.** <u>Capacité numérique</u> : tracer la trajectoire d'un point matériel dans le cas d'une chute en présence de frottements.
Tension d'un fil. Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, résoudre numériquement l'équation différentielle du deuxième ordre non linéaire et mettre en évidence le non-isochronisme des oscillations.
Mouvement dans un champ de gravitation. Mouvements des satellites et des planètes. Orbites circulaires. Période de révolution. Lois de Kepler.	Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.

La partie **2.3. « Approche énergétique du mouvement d'un point matériel »** vise à construire une démarche alternative et complémentaire pour l'étude d'une situation relevant de la mécanique – et plus généralement de la physique – fondée sur la conservation éventuelle de certaines grandeurs – ici, l'énergie mécanique. Cette approche est l'occasion d'illustrer la capacité prédictive des analyses graphiques et numériques, par exemple pour pouvoir décrire un comportement à partir d'une représentation graphique de l'énergie potentielle dans le cas d'un mouvement conservatif.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.3. Approche énergétique du mouvement d'un point matériel.	
Puissance, travail et énergie cinétique Travail élémentaire d'une force. Travail d'une force entre deux points. Puissance d'une force.	Déterminer le travail d'une force au cours d'un déplacement élémentaire. Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.

Théorèmes de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser le théorème approprié en fonction du contexte.
Force conservative et énergie potentielle	Distinguer force conservative et force non conservative. Établir et citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (champ uniforme) et de l'énergie potentielle élastique.
Énergie mécanique Théorème de l'énergie mécanique. Mouvement conservatif.	 Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
Mouvement conservatif à une dimension.	Identifier sur un graphe d'énergie potentielle une barrière et un puits de potentiel. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif d'un système : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et le caractère stable ou instable de ces positions.
Oscillateurs mécaniques.	Réaliser le bilan énergétique d'un oscillateur mécanique en absence, puis en présence, de frottement en régime libre.

Concernant la partie **2.4. « Mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe »**, il s'agit de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire et de déterminer la vitesse de chaque point en fonction de celle-ci et de la distance à l'axe de rotation.
L'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation est en mouvement est exclue.
Cette partie se termine par l'étude d'un système déformable pour souligner le rôle des forces intérieures dans le bilan énergétique d'un système.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.4. Mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque d'un solide en rotation autour d'un axe fixe et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.
Théorème scalaire du moment cinétique appliqué au solide mobile autour d'un axe fixe Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe. Moment d'inertie.	 Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni. Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.

Moment d'une force par rapport à un axe orienté. Couple.	Exprimer le moment d'une force par rapport à un axe orienté, en privilégiant l'utilisation du bras de levier. Définir un couple de forces, le moment d'un couple.
Liaison pivot.	Définir une liaison pivot et justifier la valeur du moment qu'elle peut produire.
Théorème scalaire du moment cinétique appliqué au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	Déterminer l'équation du mouvement, le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation étant donné.
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement. Établir une intégrale première du mouvement.
Approche énergétique du mouvement d'un solide autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen Énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.	Utiliser l'expression de l'énergie cinétique, le moment d'inertie étant fourni.
Théorème de l'énergie cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.	Établir, dans ce cas, l'équivalence entre le théorème scalaire du moment cinétique et celui de l'énergie cinétique.
Système déformable Théorème de l'énergie cinétique pour un système déformable.	Prendre en compte le travail des forces intérieures. Utiliser sa nullité dans le cas d'un solide. Réaliser le bilan énergétique du tabouret d'inertie.

B. Second semestre

Thème 1 : Ondes et signaux (2)

Le thème 1 « Ondes et signaux » traite, au second semestre, des oscillations forcées, du filtrage linéaire, de l'induction et de la conversion électromécanique. Il s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation de leurs applications. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace, soit dans celui d'un cadre rectangulaire en rotation. Ce dernier modèle permet d'introduire la notion de dipôle magnétique et une analogie de comportement permet de l'étendre au cas de l'aiguille d'une boussole. Le thème s'achève avec l'étude des convertisseurs électromécaniques les plus classiques.
Le succès de cet enseignement suppose le respect de ces limitations : il ne s'agit pas d'une étude générale des phénomènes d'induction. Corrélativement, l'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

La partie **1.5. « Oscillateurs forcés »** prolonge l'étude faite au premier semestre sur les oscillateurs libres. Le choix est fait ici aussi de présenter simultanément les oscillateurs électriques et mécaniques de manière à mettre l'accent sur les analogies formelles et comportementales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.5. Oscillateurs forcés	
Impédances complexes.	Établir et citer l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur mécanique ou électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Utiliser la représentation complexe pour étudier le régime forcé. Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité. Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase. **Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier le phénomène de résonance.** <u>Capacité numérique</u> : mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation ou en tension.

L'objectif principal de la partie **1.6. « Filtrage linéaire »** n'est pas de former les étudiants aux aspects techniques des calculs des fonctions de transfert et des tracés de diagrammes de Bode mais de mettre l'accent sur l'interprétation des propriétés du signal de sortie connaissant celles du signal d'entrée et d'appréhender le rôle central de la linéarité des systèmes utilisés.

Notions et contenus	Capacités exigibles

1.6. Filtrage linéaire	
Signaux périodiques.	Identifier sur le spectre d'un signal périodique la composante continue, le fondamental et les harmoniques. Définir la valeur moyenne d'un signal et sa valeur efficace.
Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	Prévoir le comportement d'un filtre en hautes et basses fréquences. Tracer le diagramme de Bode (amplitude et phase) associé à une fonction de transfert d'ordre 1. Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 (ou ses représentations graphiques) pour étudier la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique. Interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode fournis d'après l'expression de la fonction de transfert. **Mettre en œuvre un dispositif illustrant la fonction de filtrage d'un système linéaire.**
Modèles de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	Expliquer l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée. Expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre, etc.). **Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.** <u>Capacité numérique</u> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation, l'action d'un filtre sur un signal périodique dont le spectre est fourni. Mettre en évidence l'influence des caractéristiques du filtre sur l'opération de filtrage.

La partie **1.7.** « **Champ magnétique** » vise à relier le champ magnétique et ses sources ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, l'exploitation des représentations graphiques et la connaissance d'ordres de grandeur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.7. Champ magnétique	

Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Associer un moment magnétique à un aimant, par analogie avec une boucle de courant. Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Dans la partie **1.8.** « **Actions d'un champ magnétique** », il s'agit de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier un mouvement dans un champ uniforme et stationnaire : celui d'une barre en translation ou celui d'un moment magnétique en rotation modélisé par un cadre rectangulaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.8. Actions d'un champ magnétique	
Résultante et puissance des forces de Laplace.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme. Établir et citer l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) placée dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre. Exprimer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Établir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique. Exprimer la puissance des actions mécaniques de Laplace.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	**Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.**

Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	**Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.**

La partie **1.9.** « **Lois de l'induction** » repose sur la loi de Faraday qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui constitue un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On évoque, à ce sujet, les différents points de vue possibles sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1.9. Lois de l'induction	
Flux d'un champ magnétique Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.	**Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.**
Loi de modération de Lenz.	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday.	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.

La partie **1.10.** « **Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps** » aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle inductance entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur de tension.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1.10. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps	
Auto-induction Flux propre et inductance propre.	Différencier le flux propre des flux extérieurs. Vérifier la compatibilité du signe de l'inductance propre avec la loi de modération de Lenz. Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine étant donné. **Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine**.
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Cas de deux bobines en interaction Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe, de grande longueur, en « influence totale », le champ magnétique créé par une bobine étant donné.

Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante. Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
Étude énergétique.	Réaliser un bilan de puissance et d'énergie.
Transformateur de tension parfait.	Établir la loi des tensions. Citer des applications du transformateur de tension pour le transport d'énergie électrique ou l'isolement.

La partie **1.11.** « **Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire** » est centrée sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un moteur à courant continu ou un dispositif de freinage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.11. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire	
Conversion de puissance mécanique en puissance électrique	Interpréter qualitativement les phénomènes créés lors du mouvement d'une barre sur des rails de Laplace et lors du mouvement d'une spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique. Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. Effectuer un bilan énergétique. Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
Freinage par induction.	Expliquer l'origine des courants de Foucault et en citer des exemples d'utilisation. **Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.**
Conversion de puissance électrique en puissance mécanique Moteur à courant continu à entrefer plan.	Expliquer le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu à entrefer plan en utilisant les forces de Laplace. Utiliser la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. Effectuer un bilan énergétique.

La partie **1.12 « Convertisseurs électromécaniques »** présente les convertisseurs de puissance les plus courants. Les principes de fonctionnement sont expliqués sans entrer dans le détail des réalisations technologiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.12. Convertisseurs électromécaniques	

Moteur à courant continu.	Établir les relations reliant respectivement la vitesse de rotation à la force électromotrice et le couple à l'intensité du courant.
Machine synchrone.	Établir la condition d'existence d'un couple moyen non nul d'un moteur synchrone.
Machine asynchrone.	Établir l'expression du couple moyen du moteur asynchrone en fonction de la vitesse de rotation afin de mettre en évidence un fonctionnement moteur et un fonctionnement génératrice.
	Expliquer les avantages et inconvénients des différentes machines et donner des exemples d'utilisation. **Modifier le fonctionnement des moteurs (vitesse ou couple) en agissant sur certains paramètres électriques.**

Thème 3 : l'énergie : conversions et transferts

Après avoir mis l'accent sur le passage d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, les parties **3.1. « Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre »** et **3.2 « Énergie échangée par un système au cours d'une transformation »** proposent, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, et d'aborder les deux principes fondamentaux de la thermodynamique. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique.
On utilise les notations suivantes : pour une grandeur extensive « A », « a » sera la grandeur massique associée et « A_m » la grandeur molaire associée.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre	
Échelles microscopique, mésoscopique et macroscopique.	Définir l'échelle mésoscopique et en expliquer la nécessité.
Système thermodynamique.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume : équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples du gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible. Exemples d'un gaz réel aux faibles pressions et d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable.	Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique. Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique. Utiliser l'équation d'état des gaz parfaits, l'interpréter à l'échelle microscopique. Comparer, à l'aide de réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat, le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait. Citer quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.

Énergie interne d'un système Énergie interne du gaz parfait monoatomique. Énergie interne des gaz parfaits polyatomiques. Capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique en fonction de la température. Exploiter la propriété $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait.
Énergie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Exploiter la propriété $U_m = U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P, T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P, v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phases expérimental (P, T). Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression. Positionner les phases dans les diagrammes (P, T) et (P, v). Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P, v).

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation	
Transformation thermodynamique subie par un système. Évolutions isochore, monotherme, isotherme, monobare, isobare.	Définir un système adapté à une problématique donnée.
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	Évaluer le travail des forces de pression par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable. Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement. Identifier, dans une situation expérimentale, le ou les systèmes modélisables par un thermostat. Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.

Concernant les bilans d'énergie abordés dans la partie **3.3. « Premier principe. Bilans d'énergie »**, les expressions des fonctions d'état $U_m(T,V_m)$ et $H_m(T,P)$ sont données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.3. Premier principe. Bilans d'énergie	

Premier principe de la thermodynamique.	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail et transfert thermique. Exploiter l'extensivité de l'énergie interne. Distinguer le statut de la variation d'énergie interne du statut des termes d'échange. Calculer le transfert thermique sur un chemin donné connaissant le travail et la variation de l'énergie interne.
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final. Exprimer l'enthalpie molaire $H_m(T)$ du gaz parfait à partir de son énergie interne. Justifier sur un exemple que l'enthalpie molaire H_m d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable T. Citer l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.
Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion, etc.).**

Concernant la partie **3.4.** « **Deuxième principe. Bilans d'entropie** », l'expression de la fonction d'état entropie est systématiquement donnée et sa construction n'est pas une capacité visée. On cite sans aucun développement quantitatif son interprétation en termes de désordre de façon à faciliter une interprétation intuitive des bilans d'entropie.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.4. Deuxième principe. Bilans d'entropie.	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{éch} + S_{créée}$ avec $S_{éch} = \Sigma Q_i/T_i$.	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier la création d'entropie à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité. Analyser le cas particulier d'un système en évolution adiabatique.
Variation d'entropie d'un système.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie. Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Loi de Laplace.	Citer et utiliser la loi de Laplace après avoir rappelé ses conditions d'application.

Cas particulier d'une transition de phase.	Citer et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : $\Delta h_{12}(T) = T\ \Delta s_{12}(T)$.

Dans la partie **3.5.** « **Machines thermiques** », l'enseignement de la thermodynamique est orienté vers des applications industrielles réelles.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
3.5. Machines thermiques	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	Donner le sens réel des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme. Définir un rendement – ou une efficacité – et le relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Démontrer et utiliser le théorème de Carnot. Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme. Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles. **Mettre en œuvre une machine thermique cyclique ditherme.**

Thème 4 : Constitution et transformations de la matière (2)

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie, dans le domaine du vivant et dans les procédés industriels. Un nombre considérable de développements technologiques et d'analyses environnementales (traitement des eaux, méthodes d'analyse, extraction d'ions métalliques des minerais, générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, etc.) repose sur des transformations acido-basiques, de solubilisation-précipitation et d'oxydo-réduction en solution aqueuse dont la maîtrise est importante pour prévoir, interpréter et optimiser les phénomènes mis en jeu.
L'objectif de cette seconde partie du thème « **Constitution et transformations de la matière** » est donc de présenter différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné.
Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements. Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.
Les différentes transformations en solution aqueuse abordées dans la partie 4.5. « Réactions acide-base et de précipitation » constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montre qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une seule réaction. Il est cependant important de

noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4.5. Réactions acide-base et de précipitation	
Réactions acide-base - constante d'acidité ; - diagrammes de prédominance et de distribution. - exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature - faible ou forte - des acides chlorhydrique et acétique, de la soude, de l'ammoniac. **Réactions de dissolution ou de précipitation** - constante de solubilité ; - solubilité et condition de précipitation ; - domaine d'existence ; - facteurs influençant la solubilité.	Reconnaître une réaction acide-base à partir de son équation. Extraire de ressources disponibles les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou interpréter des observations expérimentales. Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques d'équilibre sont connues. Retrouver les valeurs de constantes thermodynamiques d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance. Déterminer la composition chimique d'un système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires. Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité d'un solide en fonction d'une variable pertinente. Prévoir l'état de saturation d'une solution. **Mettre en œuvre une réaction acide-base et une réaction de précipitation pour réaliser une analyse qualitative ou quantitative en solution aqueuse.**

L'analyse de transformations mettant en jeu des oxydants et réducteurs usuels et des piles permettent d'aborder, dans la partie **4.6.** « **Réactions d'oxydo-réduction** » les différents concepts associés aux phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. La relation de Nernst ainsi que la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard permettent de prévoir l'évolution des systèmes et le caractère favorisé des transformations.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4.6. Réactions d'oxydo-réduction	
Oxydants et réducteurs, réactions d'oxydo-réduction Nombre d'oxydation. Exemples d'oxydants et de réducteurs minéraux usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.	Relier la position d'un élément dans le tableau périodique et le caractère oxydant ou réducteur du corps simple correspondant. Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple.

Pile, tension à vide, potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence	Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrode. Déterminer la capacité électrique d'une pile.
Diagrammes de prédominance ou d'existence.	Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.
Aspect thermodynamique des réactions d'oxydo-réduction. Dismutation et médiamutation.	Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction à partir des potentiels standard des couples. **Mettre en œuvre une réaction d'oxydo-réduction pour réaliser une analyse quantitative en solution aqueuse.** **Réaliser une pile et étudier son fonctionnement.**

Annexe 1 : matériel

La liste ci-dessous regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. Domaine optique

- Goniomètre
- Viseur à frontale fixe
- Lunette autocollimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)
- Microcontrôleur

3. Domaines mécanique et thermodynamique

- Dynamomètre
- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique

- Thermomètre, thermocouple, thermistance, capteur infra-rouge
- Calorimètre
- Machines thermiques dithermes

4. Domaine constitution et transformations de la matière
- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, béchers, etc.
- Matériel classique du laboratoire de chimie : dispositifs de chauffage ou de refroidissement (bain-marie, bain froid, etc.), dispositifs d'agitation, matériel de filtration sous pression atmosphérique et sous pression réduite
- Spectrophotomètre UV-visible
- pH-mètre et électrodes de mesure
- Voltmètre et électrodes
- Conductimètre et cellule de mesure
- Thermomètre
- Balance de précision

Annexe 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.
La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il est complété dans le programme de seconde année.
Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité sont traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
1. Équations algébriques	
Systèmes linéaires de n équations à p inconnues	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas n = p = 2.
Équations non linéaires	Représenter graphiquement une équation de la forme f(x) = g(x). Interpréter graphiquement la ou les solutions.
2. Équations différentielles	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$.	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque f(x) est constante ou de la forme $A.\cos(\omega x+\varphi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$.	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre.

	Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque f(x) est constante ou de la forme A.exp(λx) avec λ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
3. Fonctions	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ($x \rightarrow x^a$).
Dérivée. Notation dx/dt.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2 ; interpréter graphiquement.
Développements limités.	Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1 + x)^\alpha$, e^x, ln(1 + x) et sin(x), et à l'ordre 2 de la fonction cos(x).
Primitive et intégrale.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.
Valeur moyenne.	Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$.
Représentation graphique d'une fonction.	Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire.
4. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Utiliser leur effet sur l'orientation de l'espace.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite.

Courbes planes paramétrées.	Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ($x = a.\cos(\omega t)$, $y = b.\cos(\omega t-\varphi)$) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$.
Longueurs, aires et volumes classiques.	Citer les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Énoncer la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.
5. Trigonométrie	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2x + \sin^2x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\pi/2 \pm x)$, parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels. Citer les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Annexe 3 : outils numériques

La prise en compte de capacités de codage en langage Python dans la formation des étudiants inclut l'utilisation de fonctions extraites de diverses bibliothèques. Elle vise à une meilleure appréhension des principes mis en œuvre par les différents logiciels de traitement des données dont l'utilisation est par ailleurs toujours recommandée. Elle a aussi pour objectif de mobiliser ces capacités dans un contexte concret, celui de la physique et de la chimie. Cette formation par le codage permet également de développer des capacités utiles à la physique-chimie comme le raisonnement, la logique ou la décomposition d'un problème complexe en étapes plus simples.

Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que les capacités exigibles en fin de première année. Il sera complété dans le programme de physique-chimie de seconde année.

Domaines numériques	Capacités exigibles
1. Outils graphiques	
Représentation graphique d'un nuage de points.	Utiliser les fonctions de base de la bibliothèque **matplotlib** pour représenter un nuage de points.
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser les fonctions de base de la bibliothèque **matplotlib** pour tracer la courbe représentative d'une fonction.

Courbes planes paramétrées.	Utiliser les fonctions de base de la bibliothèque **matplotlib** pour tracer une courbe plane paramétrée.
2. Équations algébriques	
Résolution d'une équation algébrique ou d'une équation transcendante : méthode dichotomique.	Déterminer, en s'appuyant sur une représentation graphique, un intervalle adapté à la recherche numérique d'une racine par une méthode dichotomique. Mettre en œuvre une méthode dichotomique afin de résoudre une équation avec une précision donnée. Utiliser la fonction **bisect** de la bibliothèque **scipy.optimize** (sa spécification étant fournie).
3. Intégration – Dérivation	
Calcul approché d'une intégrale sur un segment par la méthode des rectangles.	Mettre en œuvre la méthode des rectangles pour calculer une valeur approchée d'une intégrale sur un segment.
Calcul approché du nombre dérivé d'une fonction en un point.	Utiliser un schéma numérique pour déterminer une valeur approchée du nombre dérivé d'une fonction en un point.
4. Équations différentielles	
Équations différentielles d'ordre 1.	Mettre en œuvre la méthode d'Euler explicite afin de résoudre une équation différentielle d'ordre 1.
Équations différentielles d'ordre supérieur ou égal à 2	Transformer une équation différentielle d'ordre n en un système différentiel de n équations d'ordre 1. Utiliser la fonction **odeint** de la bibliothèque **scipy.integrate** (sa spécification étant fournie).
5. Probabilité – statistiques	
Variable aléatoire.	Utiliser les fonctions de base des bibliothèques **random** et/ou **numpy** (leurs spécifications étant fournies) pour réaliser des tirages d'une variable aléatoire. Utiliser la fonction **hist** de la bibliothèque **matplotlib.pyplot** (sa spécification étant fournie) pour représenter les résultats d'un ensemble de tirages d'une variable aléatoire. Déterminer la moyenne et l'écart-type d'un ensemble de tirages d'une variable aléatoire.
Régression linéaire.	Utiliser la fonction **polyfit** de la bibliothèque **numpy** (sa spécification étant fournie) pour exploiter des données. Utiliser la fonction **random.normal** de la bibliothèque **numpy** (sa spécification étant fournie) pour simuler un processus aléatoire.

Classes préparatoires aux grandes écoles

Programme de physique-chimie de la classe TSI

2nde année

Programme de physique-chimie de la voie TSI
Classe de seconde année

Préambule

Objectifs de formation

Le programme de physique-chimie de la classe de TSI2 est conçu comme un socle cohérent et ambitieux de connaissances et de capacités scientifiques s'appuyant sur celles déjà travaillées au lycée et en classe de TSI1. Le programme vise à préparer les étudiants à un cursus d'ingénieur, de chercheur ou d'enseignant. Il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique : observer et s'approprier, analyser et modéliser, réaliser et valider, et enfin communiquer et valoriser ses résultats.

L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour l'enseignant.
Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales qui développent la curiosité, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est au cœur de son enseignement, que ce soit en cours ou lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales habituent les étudiants à se confronter au réel, comme ces derniers auront à le faire dans l'exercice de leur métier.

De même, l'introduction de capacités numériques dans le programme prend en compte la place nouvelle des sciences numériques dans la formation des scientifiques notamment dans le domaine de la simulation. Elles offrent aux étudiants la possibilité d'effectuer une modélisation avancée du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires.

La démarche de modélisation occupe également une place centrale dans le programme pour former les étudiants à établir, de manière autonome, un lien fait d'allers-retours entre le « monde » des objets, des expériences, des faits, et celui des modèles et des théories. L'enseignant doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative. La construction d'un modèle passe aussi par l'utilisation maîtrisée des mathématiques dont un des fondateurs de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde.

Enfin, l'autonomie et la prise d'initiative sont spécifiquement développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes » qui visent à exercer les étudiants à mobiliser de façon complémentaire connaissances et capacités pour répondre à un questionnement ou atteindre un but sans qu'aucune démarche de résolution ne soit fournie.

Organisation du programme

Le programme est organisé en deux parties.

Dans la première partie intitulée « **Formation expérimentale** », sont décrits les objectifs de formation sur le thème « **Mesures et incertitudes** » ainsi que les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre doit notamment s'appuyer sur des problématiques concrètes identifiées en gras dans la colonne « capacités exigibles » de la seconde partie du programme intitulée « **Contenus thématiques** ». Elles doivent être programmées par l'enseignant de façon à assurer un apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.

La seconde partie intitulée « **Contenus thématiques** » est structurée autour de cinq thèmes : « Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques », « Électronique », « Optique ondulatoire », « Électromagnétisme » et « Transformations chimiques de la matière ». La présentation en deux colonnes (« notions et contenus » et « capacités exigibles ») met en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise.
Certains items de cette seconde partie, identifiés **en caractères gras** dans la colonne « capacités exigibles », se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés en priorité lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant doivent être privilégiées. La présence de capacités numériques explicitées atteste par ailleurs de la volonté de renforcer ce volet de la formation des étudiants.

Trois annexes sont consacrées, d'une part, au matériel nécessaire à la mise en œuvre des programmes et, d'autre part, aux outils mathématiques et aux outils numériques que les étudiants doivent savoir mobiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie à la fin de l'année de la classe de TSI2.

Ce programme précise les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il n'impose en aucun cas une progression ; celle-ci relève de la liberté pédagogique de l'enseignant.

Les compétences travaillées dans le cadre de la démarche scientifique

L'ensemble des activités proposées en classe préparatoire aux grandes écoles – activités expérimentales, résolutions de problèmes, TIPE, etc. – permet de travailler les compétences de la démarche scientifique qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences. L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces dernières lors d'une activité.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation en CPGE. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les étudiants et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier	- Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec la situation étudiée. - Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.). - Énoncer ou dégager une problématique scientifique. - Représenter la situation par un schéma modèle. - Identifier les grandeurs pertinentes, leur attribuer un symbole. - Relier le problème à une situation modèle connue. - Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie.
Analyser / Raisonner	- Formuler des hypothèses. - Décomposer un problème en plusieurs problèmes plus simples. - Proposer une stratégie pour répondre à une problématique. - Choisir, concevoir, justifier un protocole, un dispositif expérimental, un modèle ou des lois physiques. - Évaluer des ordres de grandeur. - Identifier les idées essentielles d'un document et leurs articulations. - Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments d'un ou de documents.

Réaliser	- Mettre en œuvre les étapes d'une démarche, un protocole, un modèle. - Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau, d'un schéma, d'une photo. - Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure. - Utiliser le matériel et les produits de manière adaptée en respectant des règles de sécurité. - Effectuer des représentations graphiques à partir de données. - Mener des calculs analytiques ou à l'aide d'un langage de programmation, effectuer des applications numériques. - Conduire une analyse dimensionnelle.
Valider	- Exploiter des observations, des mesures en estimant les incertitudes. - Confronter les résultats d'un modèle à des résultats expérimentaux, à des données figurant dans un document, à ses connaissances. - Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. - Analyser les résultats de manière critique. - Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.). - Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	- À l'écrit comme à l'oral : o présenter les étapes de sa démarche de manière synthétique, organisée et cohérente. o rédiger une synthèse, une analyse, une argumentation. o utiliser un vocabulaire scientifique précis et choisir des modes de représentation adaptés (schémas, graphes, cartes mentales, etc.). - Écouter, confronter son point de vue.

Le niveau de maîtrise de ces compétences dépend de **l'autonomie et de l'initiative** requises dans les activités proposées aux étudiants sur les notions et capacités exigibles du programme.

La mise en œuvre des programmes doit aussi être l'occasion d'aborder avec les étudiants des questions liées à l'histoire de l'évolution des idées, des modèles et des théories en physique-chimie, à des questions liées à la recherche scientifique actuelle et à des enjeux citoyens comme la responsabilité individuelle et collective, la **sécurité** pour soi et pour autrui, l'**environnement** et le **développement durable** ou encore le **réchauffement climatique**.

Repères pour l'enseignement

Dans le cadre de la liberté pédagogique, l'enseignant organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- privilégier la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment favoriser la réflexion, le raisonnement, la participation et l'autonomie des étudiants. L'investigation expérimentale et la résolution de problèmes facilitent cette mise en activité ;
- recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés industriels ou d'objets technologiques. Le recours à des approches documentaires est un moyen pertinent pour diversifier les supports d'accès à l'information scientifique et technologique et ainsi former l'étudiant à mieux en appréhender la complexité et à apprendre par lui-même. Lorsque le thème traité s'y prête, l'enseignant peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, avec des questions d'actualité ou des débats d'idées ;

- contribuer à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines scientifiques : mathématiques, informatique, sciences industrielles de l'ingénieur.

Concernant l'évaluation, qui vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants, l'enseignant veille soigneusement à identifier les compétences et les capacités mobilisées dans les activités proposées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

Enfin, le professeur veille aussi à développer chez les étudiants des compétences transversales et préprofessionnelles relatives aux capacités suivantes :
- identifier les différents champs professionnels et les parcours pour y accéder ;
- valoriser ses compétences scientifiques et techniques en lien avec son projet de poursuite d'études ou professionnel.

Formation expérimentale

Cette partie est spécifiquement dédiée à la mise en œuvre de la formation expérimentale des étudiants lors des séances de travaux pratiques.

Dans un premier temps, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la mesure et de l'évaluation des incertitudes. Elle présente ensuite de façon détaillée l'ensemble des capacités expérimentales qui doivent être acquises en autonomie par les étudiants à l'issue de leur seconde année de CPGE. Enfin, elle aborde la question de la prévention du risque au laboratoire de physique-chimie.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure dans l'annexe 1 du présent programme.

1. Mesures et incertitudes

Les notions et capacités identifiées ci-dessous couvrent les deux années de formation en classe préparatoire aux grandes écoles ; leur pleine maîtrise est donc un objectif de fin de seconde année.
L'accent est mis sur la variabilité de la mesure d'une grandeur physique et sa caractérisation à l'aide de l'incertitude-type. La comparaison entre deux valeurs mesurées d'une même grandeur physique est conduite au moyen de l'écart normalisé, l'objectif principal étant de développer l'esprit critique des étudiants en s'appuyant sur un critère quantitatif. Le même esprit prévaut dans l'analyse des résultats d'une régression linéaire qui ne saurait s'appuyer sur l'exploitation non raisonnée du coefficient de corrélation (R^2).
Le recours à la simulation vise à illustrer, sur la base de mesures expérimentales, différents effets de la variabilité de la mesure d'une grandeur physique dans les cas des incertitudes-types composées et de la régression linéaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude. Incertitude-type.	Identifier les incertitudes liées, par exemple, à l'opérateur, à l'environnement, aux instruments ou à la méthode de mesure. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).

	Associer un intervalle de confiance à l'écart-type dans l'hypothèse d'une distribution suivant la loi normale.
Incertitudes-types composées.	Évaluer l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs, dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient. Comparer entre elles les différentes contributions lors de l'évaluation d'une incertitude-type composée. <u>Capacité numérique</u> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
Écriture du résultat d'une mesure.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.
Comparaison de deux valeurs ; écart normalisé.	Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues à l'aide de leur écart normalisé. Analyser les causes d'une éventuelle incompatibilité entre le résultat d'une mesure et le résultat attendu par une modélisation.
Régression linéaire.	Utiliser un logiciel de régression linéaire afin d'obtenir les valeurs des paramètres du modèle. Analyser les résultats obtenus à l'aide d'une procédure de validation : analyse graphique intégrant les barres d'incertitude ou analyse des écarts normalisés. <u>Capacité numérique</u> : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de variation des valeurs expérimentales de l'une des grandeurs – simulation Monte-Carlo – pour évaluer l'incertitude sur les paramètres du modèle.

2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales nouvelles que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année de TSI2 durant les séances de travaux pratiques. Elle vient prolonger la partie correspondante du programme de TSI1 dont les capacités doivent être complètement acquises à l'issue des deux années de préparation, et restent donc au programme de seconde année de TSI.

Les capacités rassemblées ici ne constituent en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret. À ce titre, elle vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la colonne « capacités exigibles » de la partie « **Contenus thématiques** » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

Les activités expérimentales sur le thème de la chimie sont aussi l'occasion de consolider les savoir-faire de la classe de TSI1 en particulier dans le domaine des solutions aqueuses.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. **Mesures de temps et de fréquences**	
Analyse spectrale	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou un système d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
2. **Électricité**	
Montages utilisant un amplificateur linéaire intégré (ALI).	Identifier les limitations suivantes : saturation en tension, saturation en courant, vitesse de balayage, bande passante. Mettre en œuvre divers montages utilisant un ALI.
Électronique numérique	Utiliser un convertisseur analogique-numérique et un convertisseur numérique-analogique lors d'un filtrage numérique.
Onde électromagnétique	Mettre en œuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.
3. **Optique**	
Analyse d'une lumière.	Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et déterminer sa direction de polarisation. Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.
Analyse d'une figure d'interférence.	Mettre en œuvre un photodétecteur en sortie d'un interféromètre.
4. **Thermodynamique**	
Conduction thermique.	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique le protocole étant donné.
5. **Chimie**	
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
Réaliser un dosage par titrage indirect. Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, conductimétrie, indicateurs colorés de fin de titrage.	Identifier et exploiter la réaction support du titrage. Proposer ou justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher. Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage indirect.

3. Prévention du risque au laboratoire de physique-chimie

Les étudiants doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique, optique et celles liées à la pression et à la température leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Prévention des risques au laboratoire	Adopter une attitude responsable et adaptée au travail en laboratoire. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.
- **Risque chimique** Règles de sécurité au laboratoire. Classes et catégories de danger. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Mentions de danger (H) et conseils de prudence (P). Fiches de sécurité.	Relever les indications sur le risque associé au prélèvement, au mélange et au stockage des produits chimiques et adopter une attitude responsable lors de leur utilisation.
- **Risque électrique**	Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.
- **Risque optique**	Utiliser les sources laser et les diodes électroluminescentes de manière adaptée.
- **Risques liés à la pression et à la température**	Adopter une attitude responsable lors de manipulations de corps chauds ou de dispositifs engageant des hautes ou des basses pressions.
2. Prévention de l'impact environnemental Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

Contenus thématiques

Les contenus de la formation sont organisés autour de cinq thèmes.

1. Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

1.1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen
1.2. Expression différentielle des principes de la thermodynamique
1.3. Diagrammes d'état des fluides réels purs
1.4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite
1.5. Énergétique des fluides en écoulement dans une conduite
1.6. Thermodynamique industrielle
1.7. Transfert d'énergie par conduction thermique à une dimension en coordonnées cartésiennes.

2. Électronique

2.1. Stabilité des systèmes linéaires
2.2. Rétroaction
2.3. Oscillateurs
2.4. Électronique numérique

3. Optique ondulatoire

3.1. Modèle scalaire des ondes lumineuses
3.2. Superposition d'ondes lumineuses
3.3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young

4. Électromagnétisme

4.1. Électrostatique
4.2. Magnétostatique
4.3. Équations de Maxwell
4.4. Propagation

5. Transformations chimiques de la matière

5.1. Thermodynamique d'un système siège d'une réaction chimique
5.2. Étude thermodynamique des réactions d'oxydo-réduction
5.3. Diagrammes potentiel-pH

1. Thermodynamique et mécanique des fluides appliquées aux machines thermiques

Cette partie du programme de la classe de TSI2 s'intéresse aux phénomènes liés à l'écoulement d'un fluide et à la conduction thermique dans les machines thermiques. Elle est essentiellement abordée à travers la mise en œuvre de bilans d'énergie. Elle prolonge le programme de thermodynamique de la classe de TSI1 en introduisant le formalisme de la thermodynamique différentielle.
Les principes de la thermodynamique pour un système fermé sont repris sous forme infinitésimale. Les identités thermodynamiques sont introduites dans le but d'établir et de comprendre les allures des courbes dans les diagrammes thermodynamiques ; il ne s'agit pas de les exploiter pour retrouver les expressions des fonctions d'état, ces dernières devant toujours être fournies. L'application des deux principes aux fluides en écoulement stationnaire dans les systèmes ouverts conduit ensuite à l'analyse de quelques systèmes industriels.
On introduit également en classe de TSI2 des notions de base de mécanique des fluides. L'objectif est de décrire les écoulements simples de fluides dans les machines thermiques en évoquant les phénomènes de perte de charge et le rôle de la viscosité. L'approche se fonde exclusivement sur la notion de bilan macroscopique : toute formulation locale de la mécanique des fluides, notamment à l'aide d'opérateurs vectoriels, est exclue. Enfin, on aborde la conduction thermique à l'aide de bilans infinitésimaux, la loi de Newton étant introduite pour faire le lien avec la thermodynamique industrielle.

La partie **1.1 « Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen »** introduit sur le contexte de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.

Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme.	Établir la relation entre la dérivée de la pression par rapport à une coordonnée verticale, la masse volumique et le champ de pesanteur. Établir l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.

La partie **1.2** « **Expression différentielle des principes de la thermodynamique »** présente les principes de la thermodynamique sous forme différentielle. Dans le but d'unifier la présentation en physique et en chimie, les identités thermodynamiques sont introduites dans le cas d'un système de composition variable. Toute étude générale de la notion de potentiel thermodynamique est hors-programme.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1.2. Expression différentielle des principes thermodynamiques.	
Échelle mésoscopique, transformation infinitésimale.	Découper un système en sous-systèmes élémentaires. Découper une transformation finie en une succession de transformations infinitésimales.
Premier principe pour une transformation infinitésimale d'un système fermé. Deuxième principe pour une transformation infinitésimale d'un système fermé.	Appliquer les principes pour obtenir une équation différentielle relative au système considéré.
Potentiel thermodynamique. Fonction enthalpie libre.	Justifier que l'enthalpie libre est un potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées.
Identités thermodynamiques pour un système fermé de composition variable. Potentiel chimique.	Citer les expressions des différentielles de l'énergie interne, de l'enthalpie et de l'enthalpie libre. Définir la température thermodynamique, la pression thermodynamique et le potentiel chimique. Distinguer les éventuels caractères intensif ou extensif des variables utilisées. Écrire les principes et les identités thermodynamiques par unité de masse du système. Exprimer l'enthalpie libre d'un système chimique en fonction des potentiels chimiques.

L'étude **1.3** des « **Diagrammes d'état des fluides réels purs** » est l'occasion de réinvestir les notions de thermodynamique différentielle. On y exploite également des diagrammes de fluides réels afin d'habituer les étudiants à ne pas se limiter à des situations « idéales » (gaz parfait, etc.).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.3. Diagrammes d'état des fluides réels purs.	
Enthalpie et entropie de changement d'état.	Citer l'ordre de grandeur de l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau. Calculer l'énergie récupérable par transfert thermique lors d'une liquéfaction isobare. Relier l'entropie de changement d'état à l'enthalpie de changement d'état.
Titre massique.	Utiliser la règle des moments.
Diagrammes de Clapeyron, entropique et des frigoristes.	Représenter, pour le diagramme de Clapeyron, l'allure des courbes isothermes et isentropiques. Exploiter un diagramme fourni pour déterminer une grandeur physique.

La partie **1.4 « Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite »** introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans peuvent ensuite être effectués.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant. Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique le long d'un tube de courant.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide incompressible en écoulement.

Dans la partie **1.5** « **Énergétique des fluides en écoulement dans une conduite** », on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. La relation de Bernoulli est établie. Les pertes de charge dans les conduites sont étudiées. Enfin, les transferts thermiques sont pris en compte afin d'exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (air, eau et lubrifiant). Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Relier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
Relation de Bernoulli.	Définir un volume et une surface de contrôle. Établir et exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide parfait, incompressible en écoulement stationnaire.

Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli en tenant compte d'un terme de dissipation d'énergie fourni. **Mettre en évidence une perte de charge.**
Travail indiqué massique d'une machine. Bilan d'énergie.	Relier la notion de travail indiqué massique à la présence de parties mobiles. Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe.
Premier et deuxième principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie.	Établir et utiliser les premier et deuxième principes formulés avec des grandeurs massiques. Identifier les termes à négliger en fonction du contexte étudié. Relier l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité.

La partie **1.6** « **Thermodynamique industrielle** » permet un approfondissement du cours de première année, par l'étude de cycles industriels. On se limite à des calculs dans le cadre du modèle du gaz parfait ou à l'utilisation des diagrammes d'état si le fluide est réel. Aucune connaissance relative à la technologie des installations ou aux différents types de cycles n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.6. Thermodynamique industrielle.	
Étude de quelques dispositifs d'une installation industrielle Compresseur et turbine calorifugés.	Établir et exploiter la variation d'enthalpie massique pour une transformation réversible.
Échangeur thermique calorifugé.	Établir et exploiter la relation entre les puissances thermiques reçues par les deux écoulements.
Détendeur calorifugé (laminage).	Établir et exploiter la nature isenthalpique de la transformation.
Cycles industriels Moteurs, réfrigérateurs, pompes à chaleur.	Repérer, pour une machine dont les éléments constitutifs sont donnés, les sources thermiques, le sens des échanges thermiques et mécaniques. Relier le fonctionnement d'une machine au sens de parcours du cycle dans un diagramme thermodynamique. Exploiter des diagrammes et des tables thermodynamiques pour déterminer les grandeurs thermodynamiques intéressantes. Définir et exprimer le rendement, l'efficacité ou le coefficient de performance d'une machine. Citer des ordres de grandeur de puissances thermique et mécanique mises en jeu pour différentes tailles de dispositifs.

La partie **1.7** « **Transfert d'énergie par conduction thermique à une dimension en coordonnées cartésiennes** » aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides. On se limite à l'étude de problèmes à une dimension en coordonnées cartésiennes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.7. Transfert d'énergie par conduction thermique à une dimension en coordonnées cartésiennes.	
Flux thermique. Vecteur densité de flux thermique.	Définir et algébriser le flux thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Relier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Utiliser la loi de Fourier.
Bilan d'énergie.	Établir la relation entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la diffusion thermique sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Relier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion par une analyse dimensionnelle. Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, résoudre l'équation de la diffusion thermique à une dimension par une méthode des différences finies dérivée de la méthode d'Euler explicite de résolution des équations différentielles ordinaires.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie électrique lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs.

2. Électronique

Ce module renforce et complète l'étude des circuits électriques linéaires menée dans la partie « **Ondes et signaux** » du programme de première année. Ainsi, les notions de filtrage et d'analyse spectrale sont réinvesties, en particulier dans les activités expérimentales. Le programme de deuxième année ajoute la rétroaction et le bouclage des systèmes linéaires dans le but d'aborder la stabilité, les oscillateurs et la réalisation de filtres actifs.
Ces différentes thématiques sont illustrées à l'aide de l'amplificateur linéaire intégré (ALI) dont l'étude n'est pas une fin en soi mais un outil permettant des réalisations expérimentales variées. Par ailleurs, des exemples de manifestations des non-linéarités sont abordés à l'occasion de la saturation d'un amplificateur ou de la réalisation d'une fonction mémoire (comparateur à hystérésis).
Afin de compléter l'approche analogique des circuits électriques, un module à vocation expérimentale est consacré au traitement numérique des signaux à travers les sujets suivants :

- la conversion analogique numérique ;
- l'échantillonnage et le repliement de spectre ;
- le filtrage numérique.

La partie **2.1** « **Rétroaction** » illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est évoquée en travaux pratiques afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non linéaire du système étudié. Les limitations associées aux courants de polarisation et la tension de décalage ne sont pas étudiées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1. Rétroaction.	
Modèle de l'ALI parfait défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Distinguer les différents régimes de fonctionnement.
Limites du modèle : vitesse limite de balayage, saturation de l'intensité du courant de sortie.	**Détecter, dans un montage à ALI, les manifestations de la vitesse limite de balayage et de la saturation de l'intensité du courant de sortie.**
ALI idéal (parfait de gain infini) en régime linéaire.	Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de stabilité du régime linéaire. Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur et suiveur. Expliquer l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de réaliser des filtres de tension de forte impédance d'entrée et de faible impédance de sortie.
ALI idéal en régime saturé.	Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple. Associer, pour une entrée sinusoïdale, le caractère non-linéaire du système et la génération d'harmoniques en sortie. Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis.

La partie **2.2** « **Oscillateurs** » s'intéresse à une étude non exhaustive des oscillateurs en électronique. Les exemples sont choisis à l'initiative du professeur et les calculs des fonctions de transfert des filtres ne constituent pas un objectif de formation. En travaux pratiques, on complète l'étude par une analyse spectrale des signaux.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2. Oscillateurs.	
Oscillateur quasi-sinusoïdal réalisé en bouclant un filtre du deuxième ordre avec un amplificateur.	Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé. Analyser, à partir de l'équation différentielle, l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations. Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations. **Mettre en œuvre un oscillateur quasi-sinusoïdal et analyser les spectres des signaux générés.** <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, simuler l'évolution temporelle d'un signal généré par un oscillateur.

Oscillateur de relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis.	Décrire les différentes séquences de fonctionnement. Exprimer les conditions de basculement. Déterminer l'expression de la période.
Générateur de signaux non sinusoïdaux.	**Mettre en œuvre un oscillateur de relaxation et analyser les spectres des signaux générés.**

La partie **2.3** « **Électronique numérique** » est exclusivement étudiée de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année.
Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.
Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction. Ce dernier est réalisé à l'aide d'une chaîne de traitement : CAN, algorithme numérique, CNA. On étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.3. Électronique numérique.	
Échantillonnage.	**Mettre en évidence l'influence de la fréquence d'échantillonnage.**
Condition de Nyquist-Shannon.	**Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre dû à l'échantillonnage lors de l'utilisation d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.**
Analyse spectrale numérique.	**Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une d'acquisition numérique afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon.**
Filtrage numérique.	Capacité numérique : réaliser, à l'aide d'un langage de programmation, un filtrage numérique passe-bas d'un signal issu d'une acquisition et mettre en évidence la limitation introduite par l'échantillonnage.

3. Optique ondulatoire

Le programme d'optique ondulatoire de la classe de TSI2 s'inscrit dans le prolongement de la partie « Propagation d'un signal » du thème « Ondes et signaux » du programme de la classe de TSI1. Il s'agit pour les étudiants d'approfondir l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, conséquences de la nature ondulatoire de la lumière.
Si le formalisme utilisé permet une modélisation précise des phénomènes décrits, il convient néanmoins de privilégier les aspects expérimentaux et d'utiliser tous les supports de visualisation (expériences de cours, simulations, animations, etc.) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations. L'enseignant peut souligner que ces phénomènes, étudiés dans le cadre de l'optique, sont généralisables à tout comportement ondulatoire.
L'approche expérimentale est centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young et de dispositifs d'interférences à N ondes.

La partie **3.1** « **Modèle scalaire des ondes lumineuses** » introduit les outils nécessaires pour décrire les phénomènes d'interférences. Le programme utilise le mot « intensité » pour décrire la grandeur détectée mais on peut utiliser indifféremment les mots « intensité » ou « éclairement » sans chercher à les distinguer à ce niveau. L'intensité lumineuse est introduite comme une puissance par unité de surface. Le théorème de Malus est admis.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.1. Modèle scalaire des ondes lumineuses.	
Grandeur scalaire optique.	Utiliser une grandeur scalaire pour décrire un signal lumineux.
Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus. Principe du retour inverse de la lumière.	Exprimer le retard de phase en un point (par rapport à un autre) en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique.
Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer une description de la formation des images en termes de rayon de lumière et en termes de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon de lumière choisi.
Détecteurs. Intensité lumineuse.	Relier l'intensité lumineuse à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire optique. Citer l'ordre de grandeur du temps d'intégration de quelques capteurs optiques.

Dans la partie **3.2** « **Superposition d'ondes lumineuses** », la formule de Fresnel, admise en classe de première année, est démontrée. L'étude de la superposition de N ondes cohérentes ne doit pas donner lieu à des développements calculatoires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.2. Superposition d'ondes lumineuses.	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Justifier et exploiter l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes cohérentes entre elles, formule de Fresnel. Facteur de contraste.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités voisines.
Superposition de N ondes cohérentes, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. **Mettre en œuvre un spectroscope à réseau.**

Dans la partie **3.3** « **Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young** », les trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young peuvent être abordées mais de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young.	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie. Ordre d'interférences.	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. **Mettre en œuvre une expérience d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young.**
Variations de l'ordre d'interférences avec la position du point d'observation ; franges d'interférences. Interfrange.	Justifier la forme des franges observées.

4. Électromagnétisme

Le programme d'électromagnétisme de la classe de TSI2 s'inscrit dans le prolongement du thème « **Ondes et signaux** » du programme de TSI1. Il s'agit pour les étudiants de découvrir les lois locales et intégrales qui gouvernent les champs électrique et magnétique et des applications dans des domaines variés.
Si certaines notions ont été abordées en classe de première année, le formalisme utilisé constitue bien souvent pour les étudiants une première découverte ; il convient pour l'enseignant d'être particulièrement attentif aux difficultés potentielles des étudiants et d'utiliser tous les outils de visualisation (expériences de cours, simulations, animations, etc.) pour aider les étudiants dans la construction de leurs représentations.
Pour les calculs de champs, l'accent est mis sur les situations à haut degré de symétrie qui permettent l'utilisation efficace des propriétés de flux ou de circulation.
La loi de Biot et Savart, les notions de potentiel vecteur et de courant surfacique ne relèvent pas du programme. La relation de passage relative au champ électrique peut être exploitée, mais doit être systématiquement fournie en cas de besoin.
Après une présentation des équations de Maxwell et des aspects énergétiques, le programme analyse le phénomène de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide, la structure des champs associés et la réflexion des ondes sur un conducteur parfait.
Les équations locales des champs statiques sont introduites comme cas particuliers des équations de Maxwell.

Les notions abordées la partie **4.1** « **Électrostatique** » sont centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas d'une charge ponctuelle et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.
L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss pour des situations présentant un haut degré de symétrie.
Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées. Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme. Une approche énergétique est conduite dans le cas d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.1. Électrostatique.	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique.	Exprimer le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle.
Distributions continues de charges volumique, surfacique, linéique. Principe de superposition.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition.

	Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Justifier qualitativement le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution infinie. Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométrie simple.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Potentiel électrostatique. Gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une charge ponctuelle. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrostatique.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Systèmes modélisés par une sphère, un cylindre infini et un plan infini.	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre infini uniformément chargé en volume et par un plan infini uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Condensateur plan modélisé par la superposition de deux distributions surfaciques infinies de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Associer, en dehors des sources, les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, tracer quelques lignes de champ

	et lignes équipotentielles pour une distribution donnée.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.

L'étude de la magnétostatique menée dans la partie **4.2** « **Magnétostatique** » s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année ; les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique.
On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
4.2. Magnétostatique.	
Vecteur densité de courant volumique. Intensité du courant. Distributions de courant électrique volumique et linéique.	Relier l'intensité du courant et le flux du vecteur densité de courant volumique. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.
Symétries et invariances des distributions de courant.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de courants pour prévoir des propriétés du champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Identifier les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé simplement à l'aide du théorème d'Ampère. Choisir un contour, une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère en vue de déterminer l'expression d'un champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Modèles du fil rectiligne infini de section non nulle et du solénoïde infini.	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de courants par une distribution infinie. Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne infini de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde infini en admettant que le champ est nul à l'extérieur.

Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ magnétostatique créées par une distribution de courants. Associer les variations de l'intensité du champ magnétostatique à l'évolution de la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution.

Dans la partie **4.3** « **Équations de Maxwell** », une vision cohérente des lois de l'électromagnétisme est présentée. Elle constitue une première approche quantitative du phénomène de propagation et permet également de revenir qualitativement sur l'induction étudiée en classe de première année. Aucun modèle relatif à la loi d'Ohm locale n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.3. Équations de Maxwell.	
Principe de la conservation de la charge : formulation locale.	Établir l'équation locale de la conservation de la charge dans le cas à une dimension cartésienne.
Équations de Maxwell : formulations locale et intégrale.	Citer, utiliser et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale. Relier qualitativement le couplage spatiotemporel entre champ électrique et champ magnétique au phénomène de propagation.
Équations de propagation des champs dans une région vide de charges et de courants.	Établir les équations de propagation à partir des équations de Maxwell.
Cas des champs statiques : équations locales.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell.

La partie **4.4** « **Propagation** », articulée autour des ondes électromagnétiques, est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent. Quelques aspects énergétiques associés à la propagation d'une onde plane dans l'espace vide de charge et de courant sont abordés ; les échanges d'énergie entre la matière et le champ électromagnétique ne sont pas étudiés.
La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'aborder la notion d'onde stationnaire et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude efficace.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.4. Propagation.	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension cartésienne. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Densité volumique d'énergie électromagnétique, vecteur de Poynting et bilan d'énergie.	Citer et utiliser les expressions du vecteur de Poynting et de l'énergie électromagnétique volumique associés à un champ électromagnétique, en se limitant à des cas simples. Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée pour une onde plane.

	Effectuer un bilan d'énergie sous forme globale pour une onde plane dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane progressive monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs rectilignes.	Identifier l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement. **Mettre en évidence une polarisation rectiligne.**
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité (admise) des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant la relation de passage du champ électrique fournie. Caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension cartésienne. Mode d'onde stationnaire.	Établir la condition de quantification des solutions. **Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique dans le domaine des ondes centimétriques.**

5. Transformations chimiques de la matière

Les transformations chimiques de la matière ont été abordées en classe de TSI1 et le critère d'évolution spontanée d'un système chimique en transformation y a été présenté sans être démontré. En TSI2, la fonction enthalpie libre et le potentiel chimique sont introduits dans la partie 1.2 « **Expression différentielle des principes thermodynamiques** » et exploités dans cette partie dont le but est d'appliquer les deux principes de la thermodynamique à la transformation physico-chimique afin, d'une part d'aborder les transferts thermiques, et, d'autre part d'établir puis exploiter le critère d'évolution spontanée d'un système.

Dans la partie **5.1** « **Thermodynamique d'un système siège d'une réaction chimique** », on adopte pour les potentiels chimiques une expression générale, $\mu_i = \mu_{iréf} + RT\ln(a_i)$, qui fait référence aux activités a_i introduites en première année. L'établissement de cette expression est hors programme. L'influence de la pression sur le potentiel chimique d'un constituant en phase condensée pure n'est pas abordée. On se limite aux cas d'une espèce chimique pure, d'une espèce en solution aqueuse très diluée et d'une espèce en mélange de gaz parfaits avec référence à l'état standard.
Seules des transformations physico-chimiques monobares sont envisagées. Pour le calcul des grandeurs standard de réaction, les enthalpies et entropies standard de réaction sont supposées indépendantes de la température en dehors des changements d'états. Les grandeurs standard de réaction permettent la détermination, à une température donnée, de la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre caractéristique d'une réaction, valeur qui était systématiquement donnée en première année. C'est ainsi l'occasion de revenir sur la détermination de la composition d'un système physico-chimique en fin d'évolution.
La notion d'affinité chimique n'est pas utilisée, le sens d'évolution spontanée d'un système hors d'équilibre, à température et pression fixées, est déterminé par le signe de l'enthalpie libre de réaction.

Enfin, l'étude de la modification d'un paramètre (pression, température ou composition) sur l'évolution d'un système chimique et son état d'équilibre permet d'aborder la problématique de l'optimisation d'un procédé chimique.
Les illustrations et applications sont choisies dans le domaine industriel, dans la vie courante et au niveau du laboratoire.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
5.1. Thermodynamique d'un système siège d'une réaction chimique.	
Potentiel chimique dans les cas des modèles : - des gaz parfaits ; - d'un constituant en phase condensée pure ; - des solutions infiniment diluées.	Exprimer et utiliser le potentiel chimique d'un constituant. Déterminer la variation d'enthalpie libre d'un système physico-chimique entre deux états d'équilibre thermodynamique.
Grandeur de réaction. État standard. Enthalpie standard de réaction et entropie standard de réaction. Enthalpie standard de formation, état standard de référence d'un élément, entropie molaire standard absolue. Loi de Hess.	Relier entre elles les enthalpie, entropie et enthalpie libre de réaction. Déterminer l'enthalpie standard de réaction et l'entropie standard de réaction à l'aide de tables de données thermodynamiques. Associer le signe de l'enthalpie standard de réaction au caractère endothermique ou exothermique de la réaction. Justifier qualitativement ou prévoir le signe de l'entropie standard de réaction.
Effets thermiques pour une transformation monobare : transfert thermique associé à une transformation physico-chimique monobare et monotherme ; variation de température associée à une transformation physico-chimique monobare et adiabatique.	Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation physico-chimique supposée monobare et adiabatique. **Déterminer une enthalpie standard de réaction.**
Critère d'évolution, critère d'équilibre dans le cas d'un système chimique dont l'évolution spontanée est modélisée par une seule réaction isotherme et isobare.	Relier l'enthalpie libre de réaction à la constante thermodynamique d'équilibre et au quotient réactionnel. Prévoir le sens d'évolution d'un système chimique à partir de l'enthalpie libre de réaction.
Enthalpie libre standard de réaction. Relation de van 't Hoff.	Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre à une température quelconque. Exploiter la relation de van 't Hoff fournie dans le cadre de l'approximation d'Ellingham. **Déterminer l'évolution de la valeur d'une constante thermodynamique d'équilibre en fonction de la température.**
Optimisation d'un procédé chimique : par modification de la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre ; par modification de la valeur du quotient réactionnel.	Identifier les paramètres d'influence et leur contrôle pour optimiser une synthèse ou minimiser la formation d'un produit secondaire indésirable. <u>Capacité numérique</u> : tracer, à l'aide d'un langage de programmation, le taux d'avancement à l'équilibre en fonction de la température pour un système siège d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction.

La partie **5.2** « **Étude thermodynamique des réactions d'oxydo-réduction** » se fonde sur les acquis de première année relatifs à l'étude des réactions d'oxydo-réduction et des piles, ainsi que sur la partie de thermodynamique chimique de seconde année pour relier les grandeurs thermodynamiques aux potentiels et potentiels standard.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5.2 Étude thermodynamique des réactions d'oxydo-réduction.	
Relation entre enthalpie libre de réaction et potentiels des couples mis en jeu dans une réaction d'oxydo-réduction.	Citer et exploiter la relation entre l'enthalpie libre de réaction et les potentiels des couples mis en jeu dans une réaction d'oxydo-réduction.
Relation entre enthalpie libre standard de réaction et potentiels standard des couples impliqués.	Déterminer l'enthalpie libre standard d'une réaction d'oxydo-réduction à partir des potentiels standard des couples. Déterminer la valeur du potentiel standard d'un couple d'oxydo-réduction à partir de données thermodynamiques.
Approche thermodynamique du fonctionnement d'une pile électrochimique.	Établir l'inégalité reliant la variation d'enthalpie libre et le travail électrique. Relier la tension à vide d'une pile électrochimique et l'enthalpie libre de la réaction modélisant son fonctionnement. Décrire et expliquer le fonctionnement d'une pile électrochimique à partir de données sur sa constitution et de tables de potentiels standard. **Déterminer une constante thermodynamique par l'étude de piles.**
Stockage et conversion d'énergie chimique.	**Étudier le fonctionnement d'une pile pour effectuer un bilan de matière.**

Dans la partie **5.3** « **diagrammes potentiel-pH** », ceux-ci sont exploités pour prévoir ou interpréter thermodynamiquement des transformations chimiques. Leur construction et leur utilisation pour déterminer des constantes thermodynamiques ne constituent pas des objectifs de formation. La confrontation avec la réalité amène à aborder éventuellement des blocages cinétiques en lien avec l'évolution temporelle des systèmes étudiée en première année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5.3. Diagrammes potentiel-pH.	
Lecture et utilisation d'un diagramme potentiel-pH. Diagramme potentiel-pH de l'eau.	Identifier les différents domaines d'un diagramme potentiel-pH fourni associés à des espèces chimiques données. Prévoir une dismutation ou mediamutation en fonction du pH du milieu. Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes. Prévoir la stabilité thermodynamique des espèces dans l'eau. Exploiter des diagrammes potentiel-pH pour expliquer les phénomènes de corrosion, de passivation et d'immunité.

	Mettre en œuvre des réactions d'oxydoréduction en s'appuyant sur l'utilisation de diagrammes potentiel-pH.

Annexe 1 : matériel

Cette liste complète celle donnée en annexe 1 du programme de physique-chimie de TSI1. À elles deux, ces listes regroupent le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée. Une utilisation de matériel hors de ces listes lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une aide.

1. **Domaine optique**
- Polariseur.
- Capteur photographique numérique.

2. **Domaine électrique**
- Émetteur et récepteur dans le domaine des ondes centimétriques.

3. **Domaine de la chimie**
- Calorimètre.

Annexe 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de la classe de TSI2 sont d'une part ceux qui figurent dans l'annexe 2 du programme de la classe de TSI1 et d'autre part ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

Le thème « analyse vectorielle » n'a pas fait l'objet d'une rubrique en première année. L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées.

Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielles classiques, soit à une relation de dispersion. L'accent est mis sur le rôle des conditions aux limites.

Les capacités relatives à la notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables sont limitées à l'essentiel, elles sont mobilisées principalement dans les cours de thermodynamique et de chimie.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Géométrie	
Systèmes de coordonnées.	Utiliser le système de coordonnées sphériques.
2. Analyse vectorielle	

Gradient.	Citer le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso-f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel.	Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire.	Définir le laplacien à l'aide de la divergence et du gradient. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs.	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle fournie : **rot**(**rotA**) = **grad**(div**A**) - Δ**A**.
3. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution connue dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
4. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables. Dérivée partielle. Théorème de Schwarz.	Écrire l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée. Utiliser le théorème de Schwarz.

Annexe 3 : outils numériques

La prise en compte de capacités de codage en langage Python dans la formation des étudiants inclut l'utilisation de fonctions extraites de diverses bibliothèques. Elle vise à une meilleure appréhension des principes mis en œuvre par les différents logiciels de traitement des données dont l'utilisation est par ailleurs toujours recommandée. Elle a aussi pour objectif de mobiliser ces capacités dans un contexte concret, celui de la physique et celui de la chimie. Cette formation par le codage permet également de développer des capacités utiles à la physique-chimie comme le raisonnement, la logique ou la décomposition d'un problème complexe en étapes plus simples.

Le tableau ci-dessous complète les outils numériques identifiés dans le programme de physique-chimie de première année de TSI.

Outils numériques	Capacités exigibles
Représentation graphique d'un champ scalaire ou vectoriel.	Utiliser les fonctions de base (**contour** et **streamplot**) de la bibliothèque **matplotlib** (leurs spécifications étant fournies) pour représenter des lignes de niveau ou des lignes de champ.
Équation de diffusion à une dimension.	Mettre en œuvre une méthode des différences finies explicite pour résoudre l'équation de diffusion à une dimension en régime variable.

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière scientifique

Voie Technologie et sciences industrielles (TSI)

Annexe 3

Programmes de sciences industrielles de l'ingénieur

1ère et 2nde années

PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE TECHNOLOGIE ET SCIENCES INDUSTRIELLES

1. Objectifs de formation

1.1. Finalité

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur (SII) de la filière TSI s'inscrit dans un parcours de formation initiale pour accéder au titre d'ingénieur. Il trouve ses racines dans l'enseignement de spécialité du cycle terminal en Sciences et Techniques de l'Industrie et du Développement Durable. L'objectif de ce programme est de proposer des contenus d'enseignements qui permettent de développer progressivement les compétences nécessaires à l'intégration dans une grande école et à l'exercice des métiers d'ingénieurs. Ce programme est ambitieux quant au développement de compétences scientifiques et technologiques qui soutiennent l'expertise du futur ingénieur. Il l'est aussi pour le développement de compétences transversales nécessaires pour communiquer, travailler en équipe, exercer un sens critique et des responsabilités de manière éthique et déontologique. En cohérence avec les objectifs du cycle initial de la formation aux métiers de l'ingénierie, ce programme contribue à l'approche pédagogique par les STEM (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*).

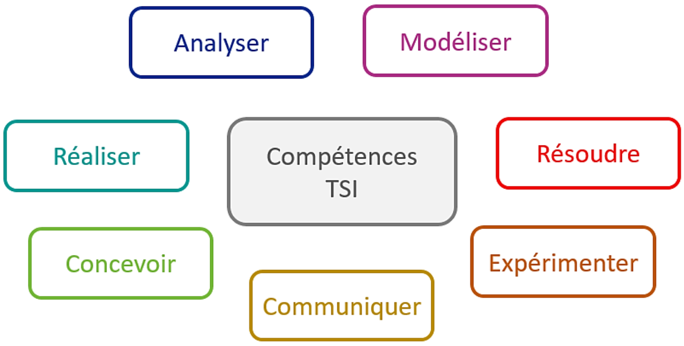
1.2. Objectifs généraux

Les ingénieurs doivent être en capacité de résoudre de façon innovante des problèmes inédits afin de répondre aux besoins des personnes et d'apporter un progrès dans leur qualité de vie. Ils participent aux processus de développement des systèmes à chaque étape de leur cycle de vie, de la caractérisation du besoin jusqu'au recyclage, en respectant les contraintes de développement durable et d'écoconception.

Cette capacité des ingénieurs à proposer des solutions innovantes est plus que jamais indispensable au développement d'une industrie capable de faire face aux grands enjeux sociétaux, économiques et environnementaux. Ces enjeux sont notamment ceux de la transition énergétique, la préservation de la qualité de l'environnement, la progression des technologies du numérique, la mutation des métropoles et des territoires, l'évolution des besoins alimentaires et des exigences en matière de santé pour des humains toujours plus nombreux sur notre planète. Dans un contexte de concurrence mondialisée, la capacité d'innovation des ingénieurs est nécessaire à l'industrie de notre pays qui doit demeurer compétitive et souveraine.

Les objectifs généraux du programme de SII en CPGE TSI visent à développer les compétences clés dans le large domaine des sciences industrielles de l'ingénieur qui sont nécessaires à l'exercice du métier d'ingénieur. Celles-ci sont consolidées et complétées par la formation poursuivie jusqu'à l'obtention du titre d'ingénieur.

L'enseignement des SII en CPGE TSI a également pour objectif d'apporter aux étudiants des méthodes et des outils qui leur permettront de s'adapter aux évolutions permanentes des sciences et des technologies et de communiquer avec l'ensemble des acteurs associés à l'exercice des métiers d'ingénieurs et scientifiques.

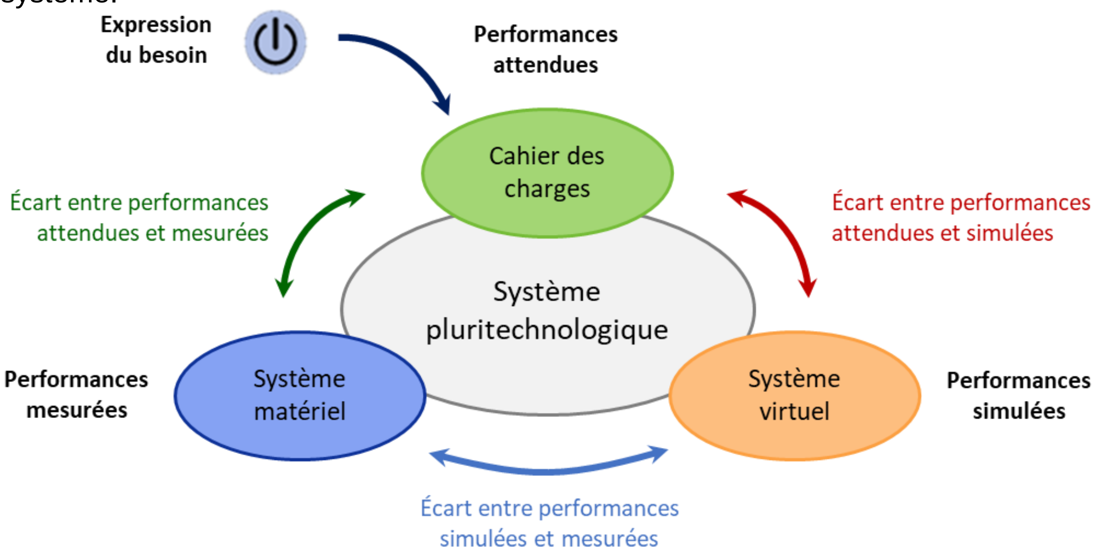


Les compétences générales de l'ingénieur développées en TSI

1.3. La démarche des enseignements en CPGE TSI

L'approche pédagogique et didactique des enseignements en TSI s'organise autour de systèmes pluritechnologiques. Chaque système est défini à partir de besoins fonctionnels et d'exigences, de modèles numériques et d'un système matériel. Un système sera étudié dans sa globalité à partir de ces trois approches imbriquées :

- la réalité du besoin ou exigences fonctionnelles. Elle se décline dans le cahier des charges défini avec un client ;
- la réalité virtuelle d'un système. Elle se traduit dans l'élaboration d'un modèle permettant de simuler son comportement afin d'en prévoir et d'en évaluer les performances, et de valider les organisations fonctionnelle et structurelle ;
- la réalité matérielle d'un système. Elle se traduit par la réalisation d'un prototype fonctionnel qui permet de valider par expérimentation les performances du produit ou système.



La démarche pédagogique et didactique en sciences industrielles de l'ingénieur

Les objets et les systèmes, dans leur complexité, mobilisent plusieurs formes d'énergie et sont communicants. Ils sont pluritechnologiques.

La démarche en sciences industrielles de l'ingénieur en TSI vise à :

- contribuer à l'élaboration des trois réalités du système pluritechnologique (le cahier des charges, le système virtuel et le système matériel) ;
- comparer les performances issues de ces trois réalités ;
- optimiser le système virtuel et le système matériel afin de faire converger leurs performances vers celles attendues au cahier des charges.

Les contenus du programme de TSI permettent aux étudiants d'investir complètement la démarche de l'ingénieur en s'intéressant à toutes les représentations des systèmes. Pour cela les enseignements en TSI installent progressivement l'ensemble des connaissances et des compétences nécessaires à la maitrise des différentes représentations d'un même objet ou système, à la comparaison des différentes performances, à l'optimisation des systèmes dans leurs réalités numérique et matérielle, afin de répondre aux attentes du client.

À partir de l'analyse du cahier des charges, des solutions innovantes sont conçues et réalisées. La réalisation consiste en l'élaboration de modèles à l'aide d'outils numériques et de prototypes matériels de systèmes intégrant la chaine de puissance et la chaine d'information, capables de valider tout ou partie du cahier des charges.

1.4. Usage de la liberté pédagogique

Le programme définit les obligations faites aux professeurs des contenus à enseigner, les mêmes pour tous les étudiants, garantes de l'équité d'une formation offrant à chacun les mêmes chances de réussite. Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent aux enseignants le choix pédagogique de l'organisation des enseignements et de ses méthodes. La nature des enseignements en sciences industrielles de l'ingénieur suppose la mise en œuvre d'une didactique naturellement liée à la discipline qui impose une réflexion sur le développement des compétences, la transmission des connaissances et leur ordonnancement dans la programmation des apprentissages.

La pédagogie mise en œuvre valorise et s'appuie sur les compétences acquises par les élèves de la voie technologique et du développement durable par la mise en application concrète de connaissances scientifiques et technologiques sur des supports d'enseignement représentatifs de solutions innovantes. Les solutions contemporaines sont mises en perspective avec l'histoire des sociétés, des technologies, avec les préoccupations de respect de l'environnement et des ressources naturelles, de façon à construire les bases d'une culture d'ingénieur éthique et responsable.

2. Programme

Le programme est organisé en sept compétences générales déclinées en compétences attendues qui pourront être évaluées en fin de cycle.

Partant de ces indications de fin de cycle, le programme détaille les compétences développées, précise les connaissances associées et fournit un indicateur de positionnement temporel dans le cycle.

Les compétences développées et les connaissances associées sont positionnées dans les semestres, cela signifie :

- qu'elles doivent être acquises en fin du semestre précisé ;
- qu'elles ont pu être introduites au cours des semestres précédents ;
- qu'elles peuvent être mobilisées aux semestres suivants.

Les compétences générales et compétences attendues sont détaillées ci-dessous.

A – Analyser
- A1 – Analyser le besoin et les exigences
- A2 – Définir les frontières de l'analyse
- A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle
- A4 – Analyser les performances et les écarts
- A5 – Analyser un compromis produit-procédés-matériaux

B – Modéliser
- B1 – Identifier les phénomènes physiques pour les modéliser et caractériser les grandeurs nécessaires
- B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement
- B3 – Valider un modèle

C – Résoudre
- C1 – Proposer une démarche de résolution
- C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique
- C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

D – Expérimenter
- D1 – Découvrir le fonctionnement d'un système pluritechnologique et le mettre en œuvre
- D2 – Proposer et justifier un protocole expérimental
- D3 – Mettre en œuvre un protocole expérimental

E – Communiquer
- E1 – Rechercher et traiter des informations
- E2 – Produire et échanger de l'information

F – Concevoir
- F1 – Écoconcevoir l'architecture d'un système innovant
- F2 – Proposer et choisir des solutions techniques
- F3 – Dimensionner une solution technique choisie dans une démarche de développement durable

G – Réaliser
- G1 – Réaliser tout ou partie d'un prototype

Les liens avec l'enseignement d'informatique du tronc commun sont identifiés par le symbole $\leftrightarrows I$.

A – Analyser

A1 – Analyser le besoin et les exigences

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Décrire le besoin et les exigences.</td><td>Ingénierie Système et diagrammes associés.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les diagrammes d’Ingénierie Système - SysML (uc, req) peuvent être proposés à lire, à compléter ou à créer en s’appuyant sur un document fourni présentant la syntaxe.</td></tr>
<tr><td>Traduire un besoin fonctionnel en exigences.</td><td rowspan="4">Impact environnemental.
Analyse du cycle de vie (extraction, fabrication, utilisation, fin de vie, recyclage et transport).
Multi-étapes et multicritères.</td><td rowspan="4">S1</td></tr>
<tr><td>Définir les domaines d’application et les critères technico-économiques et environnementaux.</td></tr>
<tr><td>Qualifier et quantifier les exigences.</td></tr>
<tr><td>Évaluer l’impact environnemental et sociétal.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires
Il s’agit de prendre en compte les exigences liées au développement durable et de sensibiliser aux aspects sociétaux.
L’évaluation de l’impact environnemental et sociétal s’appuie sur les 3 piliers du développement durable (social, économique et environnemental).</td></tr>
</table>

A2 – Définir les frontières de l'analyse

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Isoler un système et justifier l’isolement.</td><td rowspan="2">Frontière de l’étude.
Milieu extérieur.</td><td rowspan="2">S2</td></tr>
<tr><td>Définir les éléments influents du milieu extérieur.</td></tr>
<tr><td>Identifier la nature des flux échangés traversant la frontière d’étude.</td><td>Flux de matière, d’énergie et d’information.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les diagrammes d’Ingénierie Système - SysML (bdd, ibd) peuvent être proposés à lire, à compléter ou à créer en s’appuyant sur un document fourni présentant la syntaxe.</td></tr>
</table>

A3 – Analyser l'organisation fonctionnelle et structurelle

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Associer les fonctions aux constituants.</td><td rowspan="4">Architecture fonctionnelle.
Chaînes fonctionnelles (chaîne d'information et chaîne de puissance).
Fonctions acquérir, traiter, communiquer, restituer, alimenter, stocker, adapter, moduler, convertir, transmettre et agir.
Flux de matière, d'énergie et d'information.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Justifier le choix des constituants dédiés aux fonctions d'un système.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td>Identifier et décrire les chaînes fonctionnelles du système.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Identifier et décrire les liens entre les chaines fonctionnelles.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Identifier l'architecture structurelle d'un système.</td><td rowspan="2">Architecture structurelle.
Diagramme de définition de blocs.
Diagramme de bloc interne.
Flux de matière, d'énergie et d'information (définition, nature et codage).</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Identifier la nature des flux échangés entre les différents constituants.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires
La description des chaînes fonctionnelles de différents systèmes permet de construire une culture technologique.
Les chaînes fonctionnelles, diagrammes de définition de blocs et diagrammes de bloc interne peuvent être à lire ou à compléter avec les éléments syntaxiques fournis.</td></tr>
<tr><td>Caractériser un constituant de la chaîne de puissance.</td><td>Alimentation d'énergie.
Association de préactionneurs et d'actionneurs :
– caractéristiques ;
– réversibilité ;
– domaines d'application.
Transmetteurs de puissance :
– caractéristiques ;
– réversibilité ;
– domaines d'application.</td><td>S3</td></tr>
<tr><td>Caractériser un constituant de la chaîne d'information.</td><td>Capteurs :
– fonctions ;
– nature des grandeurs physiques d'entrée et de sortie ;
– nature du signal et support de l'information.
Carte programmable.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les étudiants doivent être capables de justifier un choix qualitatif de constituants de la chaîne de puissance ou d'information.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Analyser la structure d’un programme informatique. ⇆ I</td><td>Analyse fonctionnelle d’un programme.
Définition et appel d'une fonction.
Découpage fonctionnel.
Spécification de fonctions.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Analyser un algorithme. ⇆ I</td><td>Variables (type et portée).
Structures algorithmiques (boucles et tests).</td><td>S3</td></tr>
<tr><td>Analyser les principes d'intelligence artificielle. ⇆ I</td><td>Régression et classification, apprentissage supervisé.
Phases d'apprentissage et d'inférence.
Modèle linéaire monovariable, k plus proches voisins.</td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires
L’apprentissage non supervisé est introduit en regard de l’apprentissage supervisé mais aucune connaissance spécifique n’est exigible.
Les réseaux de neurones sont abordés mais aucune connaissance spécifique n’est exigible.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Identifier les architectures matérielles et fonctionnelles d’un réseau de communication.</td><td>Caractéristiques d'un réseau (débit, dimension, robustesse et topologie).
Supports de l’information.
Caractéristiques d’un canal de transmission.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td>Multiplexage temporel et fréquentiel.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td>Décoder une trame en vue d’analyser les différents champs et les données échangées.</td><td>Protocole, trame et champs (rôle des champs dans une trame).
Adressage physique et logique d’un constituant.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
L’étude des réseaux de communication est focalisée sur les concepts communs aux protocoles de communication usuels.</td></tr>
<tr><td>Interpréter tout ou partie de l’évolution temporelle d’un système séquentiel.</td><td>Diagramme de séquence.
Lignes de vie, messages asynchrones et synchrones, boucles.
Diagramme d'états.
État, transition, événement, condition de garde, activité et action.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires
Les diagrammes d’Ingénierie Système - SysML (stm) peuvent être proposés à lire, à compléter ou à créer sur des cas simples, en s’appuyant sur un document fourni présentant la syntaxe. Les diagrammes de séquence ne peuvent être proposés qu’en lecture.
L'évolution temporelle des états et des variables d'un diagramme d'états est représentée sous la forme d'un chronogramme.</td></tr>
</table>

Identifier la structure d'un système asservi.	Grandeurs d'entrée et de sortie. Capteur, chaîne directe, chaîne de retour, commande, comparateur, consigne, correcteur et perturbation. Poursuite et régulation.	S1

A4 – Analyser les performances et les écarts

Compétences développées	**Connaissances associées**	**Semestre**
Extraire un indicateur de performance pertinent à partir des exigences ou de résultats issus de l'expérimentation ou de la simulation.	Ordre de grandeur. Homogénéité des résultats. Matrice de confusion (tableau de contingence), sensibilité et spécificité d'un test.	S4
Caractériser les écarts entre les performances.		
Interpréter et vérifier la cohérence des résultats obtenus expérimentalement, analytiquement ou numériquement. ⇆ *I*		
Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés.		
Analyser le type de correction nécessaire pour atteindre les performances attendues.	Rejet de perturbation, erreurs, temps de réponse, bande passante, dépassement, marges de gain et de phase. Correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.	S3
Analyser les écarts entre les performances d'un prototype et les exigences.	Dispositifs de contrôle. Scénarios de test.	S3
Commentaire *Aucune connaissance spécifique n'est exigible en métrologie ou en compatibilité électromagnétique.*		

A5 – Analyser un compromis produit-procédés-matériaux

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Justifier le choix d'un indicateur de performance. Comparer qualitativement les caractéristiques physiques des matériaux. Justifier le choix d'un matériau et/ou d'un procédé. Analyser les résultats d'une simulation numérique de procédés.	Propriétés physiques des matériaux. Classes des matériaux, domaines généraux d'application. Indices de performance. Diagrammes d'Ashby. Impact environnemental Caractéristiques des procédés.	S3
Commentaires *Les propriétés mécaniques des matériaux sont caractérisées principalement grâce aux essais de traction.* *La connaissance des désignations normalisées des matériaux n'est pas au programme.* *Des bases de données et des outils logiciels associés permettent de conduire une analyse qualitative et quantitative sur les procédés et les matériaux en utilisant une démarche d'écoconception.* *L'objectif consiste en une découverte des procédés classiques de fabrication liés aux classes des matériaux.*		
Justifier le besoin fonctionnel d'une spécification.		S2
Commentaire *Les ajustements normalisés ne sont pas exigibles. Seule la nature des ajustements est à préciser (glissant, incertain et serré).*		

B – Modéliser

B1 – Identifier les phénomènes physiques pour les modéliser et caractériser les grandeurs nécessaires

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Identifier les phénomènes physiques à modéliser. Caractériser les grandeurs associées utiles à la modélisation. Identifier les paramètres d'un modèle.	Nature des grandeurs (effort et flux). Type de l'information.	S2
Identifier les performances à évaluer. Proposer des hypothèses simplificatrices en fonction des objectifs visés.	Performances attendues. Ordres de grandeur. Paramètres prépondérants.	S3

B2 – Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Choisir un modèle adapté aux performances à prévoir ou à évaluer.	Phénomènes physiques. Domaine de validité.	S4
Compléter un modèle multi-physique. Associer un modèle aux constituants des chaînes fonctionnelles.	Paramètres d'un modèle. Grandeurs flux et effort. Sources parfaites et imparfaites.	S3
Commentaires *L'utilisation d'un logiciel de modélisation multi-physique permettant d'assembler des constituants issus d'une bibliothèque est privilégiée pour la modélisation des systèmes pluritechnologiques.* *Les modèles mis en œuvre couvrent différents domaines (électrique, mécanique, thermique, hydraulique et pneumatique).*		
Modéliser un système par schéma-blocs.	Schéma fonctionnel sous forme de blocs d'un système ou d'un constituant. Élaboration, manipulation et réduction de schéma-blocs. Fonctions de transfert.	S2
Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert.	Systèmes linéaires continus et invariants : – causalité ; – modélisation par équations différentielles ; – transformée de Laplace ; – fonction de transfert ; – forme canonique ; – gain, ordre, classe, pôles et zéros.	S2
Commentaires *La présentation de la transformée de Laplace se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires.* *Les théorèmes de la valeur finale, de la valeur initiale et du retard sont donnés sans démonstration.*		
Modéliser le signal d'entrée.	Signaux canoniques d'entrée : – impulsion ; – échelon ; – rampe ; – signaux sinusoïdaux.	S2
Commentaire *Un signal d'entrée périodique non sinusoïdal pourra être assimilé à sa série de Fourier limitée à sa composante continue et au premier harmonique.*		

Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle. ⇆ *I*	Premier ordre, deuxième ordre, dérivateur, intégrateur, gain et retard. Paramètres caractéristiques. Allures des réponses indicielle et fréquentielle. Diagramme de Bode.	S2
Simplifier un modèle.	Linéarisation d'un modèle autour d'un point de fonctionnement. Pôles dominants et réduction de l’ordre du modèle : – principe ; – justification ; – limites.	S3
Modéliser un correcteur numérique. ⇆ *I*	Caractérisation des signaux à temps discret (échantillonnage et quantification). Modélisation par équations aux différences (équations de récurrence) d'un correcteur numérique.	S4
Commentaires *Les limites de modélisation d’un système à temps discret par un modèle à temps continu pourront être mises en évidence par l’augmentation de la période d’échantillonnage.* *Les transformées en z ne sont pas au programme.*		
Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.	Solide indéformable : – définition ; – repère ; – équivalence solide/repère ; – volume et masse ; – centre d'inertie ; – matrice d'inertie, théorème de Huygens.	S3
Commentaires *Les calculs intégraux des éléments d'inertie (matrice et centre d’inertie) ne donnent pas lieu à évaluation.* *Le théorème de Huygens est présenté sous forme vectorielle mais l’utilisation pratique se limite au transport d’un seul moment d’inertie.*		

<table>
<tr><td>Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.</td><td rowspan="2">Liaisons :
– géométrie des contacts entre deux solides ;
– liaisons parfaites ;
– degrés de liberté ;
– classe d'équivalence cinématique ;
– liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d’expression privilégiés ;
– paramètres géométriques linéaires et angulaires ;
– symboles normalisés.

Graphe de liaisons.

Schéma cinématique.</td><td rowspan="2">S1</td></tr>
<tr><td>Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d’une maquette numérique volumique.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire

Le paramétrage avec les angles d’Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ce paramétrage n’est pas exigée.</td></tr>
<tr><td>Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.</td><td>Vecteur position.

Mouvements simple (translation et rotation) et composé.

Trajectoire d'un point.

Définition du vecteur vitesse et du vecteur taux de rotation.

Définition du vecteur accélération.

Composition des mouvements.

Définition du contact ponctuel entre deux solides (roulement et glissement).

Torseur cinématique (champ des vecteurs vitesse).</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Modéliser une action mécanique.</td><td>Modèle local (densités linéique, surfacique et volumique d'effort).

Modèle global.

Frottements sec (lois de Coulomb) et visqueux.

Torseur des actions mécaniques transmissibles.

Torseur d’une action mécanique extérieure.

Torseurs couple et glisseur.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td>Simplifier un modèle de mécanisme.</td><td>Liaisons équivalentes (approches cinématique et statique).

Conditions et limites de la modélisation plane.</td><td>S2</td></tr>
</table>

Modifier un modèle de mécanisme afin de le rendre isostatique.	Mobilité du modèle d'un mécanisme. Degré d'hyperstatisme d'un modèle. Substitution de liaisons.	S2
Commentaire *L'identification des contraintes géométriques et dimensionnelles liées au degré d'hyperstatisme n'est pas exigible.*		
Associer un modèle poutre à un solide.	Hypothèses de géométrie. Fibre neutre et section droite. Torseur de cohésion.	S3
Commentaire *Les hypothèses de continuité, d'élasticité, d'homogénéité et d'isotropie des matériaux ainsi que les hypothèses de Navier-Bernoulli et de Barré de Saint-Venant tout comme l'hypothèse des petites perturbations (petites déformations et petits déplacements) sont présentées, mais aucune connaissance spécifique n'est exigible.*		
Paramétrer un modèle dans un logiciel de simulation par éléments finis.	Proposer ou justifier des conditions aux limites.	S4
Décrire le comportement d'un système séquentiel.	Diagramme d'états. État, transition, événement, condition de garde, activité et action.	S2
Commentaire *La description graphique permet de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.*		
Modéliser les modulateurs statiques d'énergie.	Règles d'interconnexion des sources parfaites. Bidirectionnalités des interrupteurs. Association des interrupteurs (cellule élémentaire de commutation). Caractéristiques des modulateurs : – nature des grandeurs d'entrée-sortie ; – réversibilité.	S4
Commentaires *La modélisation se limite à l'étude fonctionnelle des caractéristiques statiques des interrupteurs avec la mise en évidence de l'unidirectionnalité ou la bidirectionnalité en courant ou tension des interrupteurs.* *La modélisation des pertes dans les interrupteurs n'est pas exigible.* *La modélisation se limite aux fonctions de modulation continu-continu, continu-alternatif et alternatif-continu non commandée et à leurs associations.*		

<table>
<tr><td>Modéliser un convertisseur électromécanique en régime permanent.</td><td>Modèle électromécanique de la machine à courant continu.

Modèle statique monophasé de la machine synchrone (FEM induite, réactance synchrone et résistance).

Modèle statique monophasé équivalent de la machine asynchrone (pertes fer négligées).

Bilan des puissances d’un convertisseur électromécanique en régime permanent.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires

La physique des convertisseurs électromécaniques (machines électriques) n'est pas au programme.

Seule la machine asynchrone à rotor à cage d’écureuil est modélisée (pilotage uniquement par le stator).

Les modèles des machines alternatives sont fournis. Le comportement des machines alternatives est étudié en alimentation en fréquence fixe (ou lentement variable) utilisant les modèles linéaires continus statiques.

Pour la machine asynchrone, seule la commande scalaire est étudiée (commande en « U/f » constant).

Le fonctionnement des machines est qualifié en régime permanent dans les quatre quadrants.</td></tr>
<tr><td>Modéliser la commande d'un ensemble asservi constitué du modulateur d'énergie, de la machine électrique et de sa charge.</td><td>Commande en couple des machines à courant continu et synchrone.

Commande des machines en vitesse.

Modèle en régime dynamique de la machine à courant continu.

Modèle en régime dynamique dans le plan (d,q) de la machine synchrone.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires

La boucle interne de courant (couple) est présentée pour améliorer les performances de la boucle de vitesse angulaire.

Il s’agit d'établir que la commande de la MS dans le plan (d,q) permet d’obtenir le même comportement qu’une MCC.

Le modèle en régime dynamique de la machine synchrone dans le plan (d,q) est fourni sans démonstration.</td></tr>
</table>

B3 – Valider un modèle

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.	Notions d'écarts (absolu, relatif), mesure des écarts. Critères de performances.	S4
Préciser les limites de validité d'un modèle.	Point de fonctionnement. Non-linéarités (courbure, hystérésis, saturation et seuil) et retard pur.	S4
Commentaire *Les activités de simulation et d'expérimentation permettent de mettre en évidence les limites des modèles linéaires mais l'étude des modèles non-linéaires n'est pas au programme.*		
Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser les écarts entre les résultats analytiques et/ou numériques et les résultats expérimentaux.	Hypothèses de modélisation. Paramètres d'un modèle. Paramètres influents et prépondérants.	S4

C – Résoudre

C1 – Proposer une démarche de résolution

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.	Exigences : – stabilité (définition, marges de stabilité, amortissement et dépassement relatif) ; – précision (erreur/écart statique et erreur de traînage) ; – rapidité (temps de réponse à 5 %, bande passante et retard de traînage).	S2
Proposer une démarche de réglage d'un correcteur.	Correcteurs proportionnels.	S3
Choisir une démarche de résolution d'un problème d'ingénierie numérique. ⇆ *I*	Décomposition d'un problème complexe en sous problèmes simples. Choix des algorithmes d'intelligence artificielle : – k plus proches voisins ; – régression linéaire monovariable.	S3
Commentaire *Les réseaux de neurones peuvent être évoqués mais aucune connaissance spécifique n'est exigible.*		

Proposer une démarche permettant d'obtenir une loi entrée-sortie géométrique ou cinématique. ⇆ *I*	Fermetures géométriques. Fermetures cinématiques.	S1
Proposer une démarche permettant la détermination d’une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.	Graphe de structure. Choix des isolements. Choix des équations pertinentes vis-à-vis de l’objectif. Principe Fondamental de la Statique dans un référentiel galiléen. Principe Fondamental de la Dynamique. Théorème de l'énergie cinétique.	S3
Commentaire *La détermination du moment dynamique peut être introduite sur quelques cas simples mais sa maîtrise ne sera ni exigible ni évaluée. La détermination des actions mécaniques inconnues peut être menée par l’usage d’un outil de simulation numérique.*		
Proposer une démarche permettant de déterminer des grandeurs électriques.	Lois de Kirchhoff. Théorème de superposition. Puissance électrique.	S1
Proposer une démarche permettant de déterminer les contraintes et/ou les déplacements le long d’une poutre.	Tronçons. Méthode des coupures.	S3
Commentaire *Les méthodes de résolution des problèmes hyperstatiques en résistance des matériaux ne sont pas au programme et les sollicitations ne sont pas combinées.*		

C2 – Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique

Compétences développées	**Connaissances associées**	**Semestre**
Déterminer la réponse temporelle.	Expression de la solution de l'équation différentielle associée à un système d’ordre 1 soumis à une entrée échelon. Allure des représentations temporelles des solutions des équations différentielles d’ordre 1 et 2 pour les entrées de type échelon et sinus (en régime permanent).	S3
Commentaires *Le calcul des transformées de Laplace et de leurs inverses n’est pas exigé. Elles sont utilisées à partir de résultats fournis.* *Pour les systèmes d'ordre 2, seule l'allure de la réponse en fonction de la valeur du facteur d'amortissement est à connaître.*		

<table>
<tr><td>Déterminer la réponse fréquentielle.</td><td>Diagramme asymptotique de Bode, allure du diagramme de Bode réel.</td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les diagrammes de Bode réels sont déterminés à l'aide d'outils numériques ou fournis.</td></tr>
<tr><td>Déterminer les performances d'un système asservi.</td><td>Stabilité d'un système asservi :
– définition ;
– dépassement ;
– position des pôles dans le plan complexe ;
– marges de stabilité.

Rapidité d'un système :
– temps de réponse à 5 % ;
– bande passante.

Précision d'un système asservi :
– théorème de la valeur finale ;
– écart/erreur statique ;
– écart/erreur de traînage ;
– sensibilité aux perturbations en régime permanent ;
– lien entre la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte et l'écart statique ;
– lien entre la position de l'intégrateur et la sensibilité aux perturbations.</td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires
Seul le diagramme de Bode est au programme.
Pour les systèmes d'ordre 2, les abaques et relations nécessaires sont fournies.</td></tr>
<tr><td>Mettre en œuvre une démarche de réglage d'un correcteur.</td><td>Correcteurs proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.</td><td>S3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Pour les correcteurs proportionnel intégral et à avance de phase, la démarche de réglage est fournie.</td></tr>
<tr><td>Caractériser le mouvement d'un repère par rapport à un autre repère.</td><td>Trajectoire d'un point.

Mouvements de translation, de rotation, ou composé.

Vecteurs vitesse et accélération d'un point.

Torseur cinématique.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les méthodes graphiques peuvent être présentées mais leur maîtrise n'est pas exigée.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques.</td><td>Loi entrée-sortie géométrique.
Loi entrée-sortie cinématique.
Transmetteurs de puissance (vis-écrou, roue et vis sans fin, trains d’engrenages simples et épicycloïdaux, pignon-crémaillère et poulies-courroie).</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Déterminer les actions mécaniques en statique.</td><td>Référentiel galiléen.
Principe Fondamental de la Statique. Principe des actions réciproques.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les méthodes graphiques peuvent être présentées mais leur maîtrise n’est pas exigée.</td></tr>
<tr><td>Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.</td><td rowspan="2">Torseurs cinétique et dynamique d’un solide par rapport à un référentiel galiléen.
Principe Fondamental de la Dynamique.
Énergie cinétique d’un solide ou ensemble de solides en mouvement par rapport à un référentiel galiléen. Inertie et masse équivalentes.
Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide ou à un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport au repère galiléen.
Puissance des inter-efforts dans un ensemble de solides.
Théorème de l'énergie cinétique.
Rendement en régime permanent.</td><td rowspan="2">S3</td></tr>
<tr><td>Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
La détermination du moment dynamique peut être introduite sur quelques cas simples mais sa maîtrise ne sera ni exigible ni évaluée. La détermination des actions mécaniques inconnues peut être menée par l’usage d’un outil de simulation numérique.</td></tr>
<tr><td>Déterminer les grandeurs relatives au comportement d'une poutre.</td><td>Torseur de cohésion.
Sollicitations (traction-compression, torsion et flexion).
Contraintes dans une section droite.
Déplacements le long d'une ligne moyenne, conditions aux limites.
Coefficient de sécurité et résistance mécanique.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
Les sollicitations ne seront pas combinées. L'effet du cisaillement est hors programme.</td></tr>
</table>

Déterminer les signaux électriques dans les circuits.	Circuits en régime alternatif sinusoïdal. Diagramme de Fresnel. Puissance active (continu, monophasé et triphasé en régime alternatif sinusoïdal). Puissances apparente, réactive et facteur de puissance, en monophasé et triphasé en régime alternatif sinusoïdal. Ondulation des grandeurs électriques en régime permanent dans les modulateurs. Composants de filtrage.	S3
Déterminer les conditions d'équilibre de l'association convertisseur électromécanique et charge.	Caractéristiques mécaniques actionneur-charge. Point de fonctionnement. Stabilité d'un point de fonctionnement. Quadrants de fonctionnement.	S4
Caractériser le point de fonctionnement en régime permanent de l'association convertisseur électromécanique et charge.		

C3 – Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique

Compétences développées	**Connaissances associées**	**Semestre**
Mener une simulation numérique. ⇆ *I*	Choix des grandeurs physiques. Choix des paramètres du solveur (pas de la discrétisation et durée de la simulation). Influence des paramètres du modèle sur les performances.	S4
Commentaire *L'influence du choix du solveur (méthode à pas fixe ou à pas variable) pourra être analysée mais aucune connaissance spécifique n'est exigible.*		
Résoudre numériquement une équation ou un système d'équations. ⇆ *I*	Réécriture des équations. Méthodes de dichotomie et de Newton pour résoudre des problèmes du type $f(x) = 0$. Intégration et dérivation numérique (schémas arrière et avant). Schéma d'Euler explicite pour résoudre une équation ou un système d'équations différentielles.	S3

Commentaires *La « réécriture des équations » signifie :* *– remettre en forme des équations pour leurs traitements par une bibliothèque ;* *– mettre sous forme matricielle un problème (problème de Cauchy et système linéaire).* *Les méthodes numériques sont introduites au fur et à mesure, en fonction des besoins de la formation. L'utilisation des bibliothèques préimplémentées est privilégiée.* *Les aspects théoriques liés aux méthodes numériques ne sont pas exigibles (stabilité, convergence, conditionnement de matrices…).*

Résoudre un problème en utilisant une solution d'intelligence artificielle. ⇆ *I*	Apprentissage supervisé. Phases d'apprentissage et d'inférence. Mise en œuvre des algorithmes (k plus proches voisins et régression linéaire monovariable). Choix des données d'apprentissage. Choix des paramètres de classification.	S3

Commentaires *L'apprentissage non supervisé est évoqué, mais aucune connaissance spécifique n'est exigée.* *L'utilisation des bibliothèques préimplémentées est privilégiée.*

Effectuer des traitements à partir de données de mesures expérimentales. ⇆ ***I***	Traitement de fichiers de données. Moyenne et écart type. Moyenne glissante et filtres numériques passe-bas du premier et du second ordre.	S2

D – Expérimenter

D1 – Découvrir le fonctionnement d'un système pluritechnologique et le mettre en œuvre

Compétences développées	**Connaissances associées**	**Semestre**
Mettre en œuvre un système en suivant un protocole dans le respect des règles de sécurité.	Normes de sécurité.	S1
Commentaires *Le respect des instructions de sécurité et des normes est une exigence qui s'appuie sur la fourniture des extraits de textes réglementaires.* *La connaissance des normes de sécurité n'est pas exigible.*		
Identifier les constituants réalisant les principales fonctions des chaînes d'information et de puissance.	Chaîne d'information. Chaîne de puissance.	S1
Identifier les principales grandeurs physiques d'effort et de flux.	Grandeurs d'effort et de flux.	S2

D2 – Proposer et justifier un protocole expérimental

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Proposer un protocole en fonction de l'objectif visé.</td><td></td><td>S4</td></tr>
<tr><td>Configurer et régler le système en fonction de l'objectif visé.</td><td></td><td>S2</td></tr>
<tr><td>Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix.</td><td rowspan="2">Caractérisation des grandeurs physiques (unité, ordre de grandeur, amplitude, fréquence, valeurs efficace et moyenne, spectre).
Appareils de mesure.
Capteurs.</td><td rowspan="2">S3</td></tr>
<tr><td>Justifier le choix d'un appareil de mesure ou d'un capteur vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer.</td></tr>
<tr><td>Choisir les grandeurs d'entrées à imposer et les grandeurs de sorties à acquérir pour identifier un modèle de comportement sur un système ou sur un constituant du système.</td><td>Réponses temporelles et harmoniques.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
L'objectif consiste à qualifier et quantifier une performance et/ou renseigner un modèle de comportement.</td></tr>
</table>

D3 – Mettre en œuvre un protocole expérimental

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer.</td><td>Règles de raccordement des appareils de mesure et des capteurs.
Caractéristiques (calibre, position, etc.) et fonctions d'un appareil de mesure.</td><td>S1</td></tr>
<tr><td>Identifier les erreurs de mesure et de méthode.</td><td>Incertitudes, résolution, justesse, fidélité, linéarité et sensibilité.
Échantillonnage, repliement de spectre, quantification.</td><td>S2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire
L'incertitude renvoie à la technologie des appareils de mesure et des capteurs. Il n'est pas exigé de longs développements théoriques et calculs associés.</td></tr>
<tr><td>Générer un programme et l'implanter dans le système cible.</td><td>Outils de programmation.</td><td>S3</td></tr>
<tr><td>Relever les grandeurs caractéristiques d'un protocole de communication.</td><td>Protocole, trame.
Débit maximal, débit utile.
Caractéristiques des signaux.</td><td>S2</td></tr>
</table>

Mettre en œuvre une liaison entre objets communicants.	Paramètres de configuration d'un réseau. Internet des objets. Adressage physique et logique.	S4

E – Communiquer

E1 – Rechercher et traiter des informations

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Rechercher des informations.</td><td>Outils de recherche.
Mots-clefs.</td><td rowspan="4">S2</td></tr>
<tr><td>Distinguer les différents types de documents et de données en fonction de leurs usages.</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>Vérifier la pertinence des informations (obtention, véracité, fiabilité et précision de l'information).</td></tr>
<tr><td>Extraire les informations utiles d'un dossier technique.</td></tr>
<tr><td>Lire et interpréter un document technique.</td><td></td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires
La veille technologique sera intégrée dans la démarche de recherche documentaire.
Toutes les représentations schématiques technologiques sont fournies, et en particulier les symboles des constituants pneumatiques, hydrauliques et thermiques.
La description d'un même système doit utiliser plusieurs modes de représentations.</td></tr>
<tr><td>Classer les informations.</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">S2</td></tr>
<tr><td>Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique.</td></tr>
</table>

E2 – Produire et échanger de l'information

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Choisir un outil de communication adapté au contexte.</td><td>Outils multimédias, outils bureautiques.</td><td rowspan="2">S2</td></tr>
<tr><td>Travailler de manière collaborative.</td><td>Espaces partagés et de stockage, Espace Numérique de Travail (E.N.T).</td></tr>
</table>

Présenter et formaliser une idée. Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue. Présenter un protocole, une démarche, une solution en réponse à un besoin. Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats.	Tableau, graphique, diaporama, média, carte mentale, schéma, croquis. Placement de la voix, qualité de l'expression, gestion du temps.	S2
Produire des documents techniques adaptés à l'objectif de la communication. ⇆ *I*	Diagrammes SysML. Chaîne fonctionnelle. Schéma-blocs. Schémas cinématique, électrique, pneumatique, thermique, hydraulique. Graphe de structure. Croquis, représentations 3D et 2D. Spécifications d'algorithmes.	S4
Commentaires *La communication est liée à l'ensemble des activités.* *Les croquis doivent traduire les intentions de conception, la représentation normalisée ne peut être exigée.* *La description d'un même système doit utiliser plusieurs modes de représentations.*		
Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.	Grandeurs utilisées : – unités du système international ; – homogénéité des grandeurs.	S4
Commentaire *Les résultats importants et les éléments de synthèse, dans une publication ou une communication orale, sont mis en valeur.*		

F – Concevoir

F1 – Écoconcevoir l'architecture d'un système innovant

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Proposer une architecture fonctionnelle et structurelle.		S4
Commentaires *Cette proposition peut se faire sous forme d'association de blocs.* *Il s'agit d'allouer des constituants à la satisfaction d'exigences fonctionnelles et de décrire les interfaces entre ces constituants.* *L'activité de projet est une modalité pédagogique à privilégier pour développer cette compétence.*		

<table>
<tr><td>Intégrer les contraintes d'écoconception dans les architectures proposées.</td><td>Cycle de vie, stratégies d’écoconception.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires

Les axes suivants sont abordés :
– développement d'une solution innovante ;
– sélection des matériaux ;
– réduction de la quantité de matière ;
– optimisation des techniques de production ;
– optimisation de la logistique ;
– réduction de l’impact environnemental de la phase d’utilisation ;
– optimisation de la durée de vie du produit ;
– gestion de la fin de vie du système.

Aucune méthode normalisée ne donne lieu à évaluation.</td></tr>
</table>

F2 – Proposer et choisir des solutions techniques

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Proposer et hiérarchiser des critères de choix.</td><td>Critères liés au triptyque Matière, Énergie, Information.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire

Les critères de choix abordés sont liés aux fonctionnalités techniques, au respect des normes écologiques et de sécurité, au coût et à l’impact environnemental.</td></tr>
<tr><td>Choisir la technologie des constituants de la chaîne d'information.</td><td>Technologie de capteur.

Carte de commande.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td>Choisir la technologie des constituants de la chaîne de puissance.</td><td>Dispositifs de stockage d'énergie.

Modulateurs de puissance.

Convertisseurs de puissance.

Transmetteurs de puissance.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires

Pour les modulateurs et convertisseurs de puissance, on se limitera aux technologies électrique, hydraulique, mécanique, pneumatique et thermique.

Les choix seront faits à partir de documents techniques fournis en prenant en compte l’impact environnemental.</td></tr>
<tr><td>Modifier la commande pour faire évoluer le comportement du système.</td><td>Modification d'un programme :
– système séquentiel ;
– structures algorithmiques.

Choix du type de correcteur.</td><td>S4</td></tr>
</table>

F3 – Dimensionner une solution technique choisie dans une démarche de développement durable

<table>
<tr><th>Compétences développées</th><th>Connaissances associées</th><th>Semestre</th></tr>
<tr><td>Dimensionner un constituant des chaînes fonctionnelles.</td><td>Constituants de la chaîne d'information.

Constituants de la chaîne de puissance.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaires

Le dimensionnement peut se faire à partir des exigences et d'une documentation technique tout en respectant les enjeux environnementaux.

Pour la chaîne d’information, le dimensionnement concerne les constituants suivants :
– capteurs (étendue de mesure, précision, justesse, fidélité et sensibilité) ;
– CNA – CAN (fréquence d’échantillonnage, résolution et plage de conversion) ;
– carte de commande (résolution et mémoire) ;
– filtre passif (fréquence de coupure, gabarit) ;
– liaisons série et réseaux (débit de communication).

Pour la chaîne de puissance, le dimensionnement concerne les constituants suivants :
– dispositifs de stockage d’énergie ;
– modulateurs de puissance : grandeurs flux et effort en régime permanent et contrainte maximale ;
– convertisseurs de puissance : couple quadratique (thermique) équivalent ;
– éléments des transmetteurs de puissance modélisés par des poutres : flèche et coefficient de sécurité vis-à-vis de la contrainte maximale ;
– organes de guidage dans les transmissions, les formules constructeur sont fournies.</td></tr>
<tr><td>Écoconcevoir une pièce en optimisant le triptyque produit-procédés-matériaux.</td><td>Familles et propriétés des matériaux.

Méthode de choix des matériaux et des procédés.

Indicateur de performances.

Résistance et déplacement.

Influence du procédé sur la géométrie du produit.</td><td>S4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Commentaire

L’utilisation de logiciels de simulation et de choix de matériaux et procédés est à privilégier.</td></tr>
</table>

G – Réaliser

G1 – Réaliser tout ou partie d'un prototype

Compétences développées	Connaissances associées	Semestre
Réaliser tout ou partie de la chaine de puissance.		S4
Instrumenter tout ou partie d’un système pour valider une exigence ou renseigner un modèle de comportement.		
Intégrer les constituants correspondant à une fonction dans un prototype.		
Implémenter et exécuter un programme sur une cible.		
Valider le fonctionnement du prototype.		
Commentaires *La réalisation d’une chaîne d’asservissement numérique pourra servir de support.* *L’acquisition de savoir-faire professionnels est exclue.* *Tous les moyens de réalisation ou de prototypage rapide mutualisés dans l’établissement scolaire peuvent être utilisés, en particulier les ressources disponibles dans un espace d’innovation partagé (fablab).*		

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière scientifique

Voie Technologie et sciences industrielles (TSI)

Annexe 4
Programmes d'informatique
1ère et 2nde années

Table des matières

Introduction au programme

Les objectifs du programme Le programme d'informatique de TSI et TPC s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il a pour objectif la formation de futurs ingénieures et ingénieurs, enseignantes et enseignants, chercheuses et chercheurs et avant tout des personnes informées, capables de gouverner leur vie professionnelle et citoyenne en pleine connaissance et maîtrise des techniques et des enjeux de l'informatique et en la nourrissant par les habitudes de la démarche scientifique.
Le présent programme a pour ambition de poser les bases d'un enseignement cohérent et mesuré d'une science informatique encore jeune et dont les manifestations technologiques connaissent des cycles d'obsolescence rapide. On garde donc à l'esprit :

— de privilégier la présentation de concepts fondamentaux pérennes sans s'attacher outre mesure à la description de technologies, protocoles ou normes actuels ;
— de donner aux futurs diplômées et diplômés les moyens de réussir dans un domaine en mutation rapide et dont les technologies qui en sont issues peuvent sauter brutalement d'un paradigme à un autre très différent ;
— de préparer les étudiantes et étudiants à tout un panel de professions et de situations de la vie professionnelle qui les amène à remplir tour à tour une mission d'expertise, de création ou d'invention, de prescription de méthodes ou de techniques, de contrôle critique des choix opérés ou encore de décision en interaction avec des spécialistes ;
— que les concepts à enseigner sont les mêmes dans toutes les filières mais que le professeur d'informatique de chaque classe peut adapter la façon de les transmettre et les exemples concrets sur lesquels il s'appuie au profil de ses élèves et aux autres enseignements qu'ils suivent.

Compétences visées Ce programme vise à développer les six grandes compétences suivantes :

analyser et modéliser un problème ou une situation, notamment en utilisant les objets conceptuels de l'informatique pertinents (table relationnelle, graphe, dictionnaire, etc.) ;

imaginer et concevoir une solution, décomposer en blocs, se ramener à des sous-problèmes simples et indépendants, adopter

une stratégie appropriée, décrire une démarche, un algorithme ou une structure de données permettant de résoudre le problème ;

décrire et spécifier les caractéristiques d'un processus, les données d'un problème, ou celles manipulées par un algorithme ou une fonction ;

mettre en œuvre une solution, par la traduction d'un algorithme ou d'une structure de données dans un langage de programmation ou un langage de requête ;

justifier et critiquer une solution, que ce soit en démontrant un algorithme par une preuve mathématique ou en développant des processus d'évaluation, de contrôle, de validation d'un code que l'on a produit ;

communiquer à l'écrit ou à l'oral, présenter des travaux informatiques, une problématique et sa solution ; défendre ses choix ; documenter sa production et son implémentation.

La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent constitue un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Les exemples ou les exercices d'application peuvent être choisis au sein de l'informatique elle-même ou en lien avec d'autres champs disciplinaires.

Sur les partis pris par le programme Ce programme impose aussi souvent que possible des choix de vocabulaire ou de notation de certaines notions. Les choix opérés ne présument pas la supériorité de l'option retenue. Ils ont été précisés dans l'unique but d'aligner les pratiques d'une classe à une autre et d'éviter l'introduction de longues définitions récapitulatives préliminaires à un exercice ou un problème. De même, ce programme nomme aussi souvent que possible l'un des algorithmes possibles parmi les classiques qui répondent à un problème donné. Là encore, le programme ne défend pas la prééminence d'un algorithme ou d'une méthode par rapport à un autre mais il invite à faire bien plutôt que beaucoup.

Sur les langages et la programmation L'enseignement du présent programme repose sur un langage de manipulation de données (SQL) ainsi que le langage de programmation Python, pour lequel une annexe liste de façon limitative les éléments qui sont exigibles des étudiants ainsi que ceux auxquels les étudiants sont familiarisés et qui peuvent être attendus à condition qu'ils soient accompagnés d'une documentation. La poursuite de l'apprentissage du langage Python est vue en particulier par les étudiants pour adopter immédiatement une bonne discipline de programmation tout en se concentrant sur le noyau du langage plutôt que sur une API pléthorique.

Mode d'emploi Ce programme a été rédigé par semestre pour assurer une certaine homogénéité de la formation. Le premier semestre permet d'asseoir les bases de programmation vues au lycée et les concepts associés. **L'organisation de la progression au sein des deux premiers semestres relève de la responsabilité pédagogique de la professeure ou du professeur** et le tissage de liens entre les thèmes contribue à la valeur de son enseignement. Les notions étudiées lors d'un semestre précédent sont régulièrement revisitées tout au long des deux années d'enseignement.

1 Programme du premier semestre

Le programme du premier semestre poursuit les objectifs suivants :

— consolider l'apprentissage de la programmation en langage Python qui a été entrepris dans les classes du lycée ;
— mettre en place un environnement de travail ;
— mettre en place une discipline de programmation : spécification précise des fonctions et programmes, annotations et commentaires, jeux de tests ;
— introduire les premiers éléments de complexité des algorithmes : on ne présente que l'estimation asymptotique du coût dans le cas le pire ;
— introduire des outils de validation : variants et invariants.

Le tableau ci-dessous présente les thèmes qui sont abordés lors de ces séances, et, en colonne de droite, une liste, sans aucun caractère impératif, d'exemples d'activités qui peuvent être proposées aux étudiants. L'ordre de ces thèmes n'est pas impératif.

Aucune connaissance relative aux modules éventuellement rencontrés lors de ces séances n'est exigible des étudiants.

Thèmes	**Exemples d'activité. *Commentaires.***
Recherche séquentielle dans un tableau unidimensionnel. Dictionnaire.	Recherche d'un élément. Recherche du maximum, du second maximum. Comptage des éléments d'un tableau à l'aide d'un dictionnaire. *Manipulations élémentaires d'un tableau unidimensionnel. Utilisation de dictionnaires en boîte noire. Notions de coût constant, de coût linéaire.*
Algorithmes opérant sur une structure séquentielle par boucles simples ou imbriquées.	Recherche d'un facteur (ou d'un mot) dans un texte. Calcul d'une intégrale par la formule de la moyenne ou par la méthode des trapèzes. Tri à bulles. *Notion de complexité quadratique. On propose des outils pour valider la correction de l'algorithme.*
Utilisation de modules, de bibliothèques.	Lecture d'un fichier de données simples. Calculs statistiques sur ces données. Représentation graphique (histogrammes, etc.).
Algorithmes dichotomiques.	Recherche dichotomique dans un tableau trié. Calcul d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[a, b]$ quand $f(a).f(b) < 0$. *On met en évidence une accélération entre complexité linéaire d'un algorithme naïf et complexité logarithmique d'un algorithme dichotomique. On met en œuvre des jeux de tests, des outils de validation.*
Fonctions récursives.	Version récursive d'algorithmes dichotomiques. Fonctions produisant à l'aide de `print` successifs des figures alphanumériques. Dessins de fractales. *On évite de se cantonner à des fonctions mathématiques (factorielle, suites récurrentes). On peut montrer le phénomène de dépassement de la taille de la pile.*
Tableau de pixels et images.	Algorithmes de rotation de 90 degrés, de réduction ou d'agrandissement. Modification d'une image : flou, détection de contour, etc. *Les images servent de support à la présentation de manipulations de tableaux à deux dimensions.*
Tris.	Algorithmes quadratiques : tri par insertion, par sélection. Tri par partition-fusion. Tri par comptage. *On fait observer différentes caractéristiques (par exemple, stable ou non, en place ou non, comparatif ou non, etc).*

2 Programme du second semestre

2.1 Méthodes de programmation et analyse des algorithmes

Même si on ne prouve pas systématiquement tous les algorithmes, on dégage l'idée qu'un algorithme doit se prouver et que sa programmation doit se tester.

Notions	**Commentaires**
Instruction et expression. Effet de bord.	On peut signaler par exemple que le fait que l'affectation soit une instruction est un choix des concepteurs du langage Python et en expliquer les conséquences.
Spécification des données attendues en entrée, et fournies en sortie/retour.	On entraîne les étudiants à accompagner leurs programmes et leurs fonctions d'une spécification. Les signatures des fonctions sont toujours précisées.
Annotation d'un bloc d'instructions par une précondition, une postcondition, une propriété invariante.	Ces annotations se font à l'aide de commentaires.
Assertion.	L'utilisation d'assertions est encouragée par exemple pour valider des entrées. La levée d'une assertion entraîne l'arrêt du programme. Ni la définition ni le rattrapage des exceptions ne sont au programme.
Explicitation et justification des choix de conception ou programmation.	Les parties complexes de codes ou d'algorithmes font l'objet de commentaires qui l'éclairent en évitant la paraphrase. Le choix des collections employées (par exemple, liste ou dictionnaire) est un choix éclairé.
Terminaison. Variant. Invariant.	On montre sur plusieurs exemples que la terminaison peut se démontrer à l'aide d'un variant de boucle. Sur plusieurs exemples, on explicite, sans insister sur aucun formalisme, des invariants de boucles en vue de montrer la correction des algorithmes.
Jeu de tests associé à un programme.	Il n'est pas attendu de connaissances sur la génération automatique de jeux de tests; un étudiant doit savoir écrire un jeu de tests à la main, donnant à la fois des entrées et les sorties correspondantes attendues. On sensibilise, par des exemples, à la notion de partitionnement des domaines d'entrée et au test des limites.
Complexité.	On aborde la notion de complexité temporelle dans le pire cas en ordre de grandeur. On peut, sur des exemples, aborder la notion de complexité en espace.

2.2 Représentation des nombres

On présente sans formalisation théorique les enjeux de la représentation en mémoire des nombres. Ces notions permettent d'expliquer certaines difficultés rencontrées et précautions à prendre lors de la programmation ou de l'utilisation d'algorithmes de calcul numérique dans les disciplines qui y recourent.

Notions	**Commentaires**
Représentation des entiers positifs sur des mots de taille fixe.	La conversion d'une base à une autre n'est pas un objectif de formation.
Représentation des entiers signés sur des mots de taille fixe.	Complément à deux.
Entiers multi-précision de Python.	On les distingue des entiers de taille fixe sans détailler leur implémentation. On signale la difficulté à évaluer la complexité des opérations arithmétiques sur ces entiers.
Distinction entre nombres réels, décimaux et flottants.	On montre sur des exemples l'impossibilité de représenter certains nombres réels ou décimaux dans un mot machine

Représentation des flottants sur des mots de taille fixe. Notion de mantisse, d'exposant.	On signale la représentation de 0 mais on n'évoque pas les nombres dénormalisés, les infinis ni les NaN. Aucune connaissance liée à la norme IEEE-754 n'est au programme.
Précision des calculs en flottants.	On insiste sur les limites de précision dans le calcul avec des flottants, en particulier pour les comparaisons. On n'entre pas dans un comparatif des différents modes d'arrondi.

2.3 Bases des graphes

Il s'agit de définir le modèle des graphes, leurs représentations et leurs manipulations.
On s'efforce de mettre en avant des applications importantes et si possibles modernes : réseau de transport, graphe du web, réseaux sociaux, bio-informatique. On précise autant que possible la taille typique de tels graphes.

Notions	**Commentaires**
Vocabulaire des graphes.	Graphe orienté, graphe non orienté. Sommet (ou nœud); arc, arête. Boucle. Degré (entrant et sortant). Chemin d'un sommet à un autre. Cycle. Connexité dans les graphes non orientés. On présente l'implémentation des graphes à l'aide de listes d'adjacence (rassemblées par exemple dans une liste ou dans un dictionnaire) et de matrice d'adjacence ainsi que les différences en terme d'occupation mémoire. On n'évoque ni multi-arcs ni multi-arêtes.
Notations.	Graphe $G = (S, A)$, degrés $d(s)$ (pour un graphe non orienté), $d_+(s)$ et $d_-(s)$ (pour un graphe orienté).
Pondération d'un graphe. Étiquettes des arcs ou des arêtes d'un graphe.	On motive l'ajout d'information à un graphe par des exemples concrets.
Fonctions de manipulation.	Obtention du nombre de sommets, ajout/suppression/test d'existence d'un arc ou d'une arête, construction de la liste des voisins d'un sommet, etc. On présente l'importance de construire des fonctions de manipulation élémentaires en vue d'une programmation modulaire ainsi que l'impact du choix d'une représentation en terme de complexité temporelle.
Parcours d'un graphe.	On introduit à cette occasion les piles et les files; on souligne les problèmes d'efficacité posés par l'implémentation des files par les listes de Python et l'avantage d'utiliser un module dédié tel que `collections.deque`. Détection de la présence de cycles ou de la connexité d'un graphe non orienté.

3 Programme du troisième semestre

3.1 Bases de données

On se limite volontairement à une description applicative des bases de données en langage SQL. Il s'agit de permettre d'interroger une base présentant des données à travers plusieurs relations. On ne présente pas l'algèbre relationnelle ni le calcul relationnel.

Notions	Commentaires
Vocabulaire des bases de données : tables ou relations, attributs ou colonnes, domaine, schéma de tables, enregistrements ou lignes, types de données.	On présente ces concepts à travers de nombreux exemples. On s'en tient à une notion sommaire de domaine : entier, flottant, chaîne ; aucune considération quant aux types des moteurs SQL n'est au programme. Aucune notion relative à la représentation des dates n'est au programme ; en tant que de besoin on s'appuie sur des types numériques ou chaîne pour lesquels la relation d'ordre coïncide avec l'écoulement du temps. Toute notion relative aux collations est hors programme ; en tant que de besoin on se place dans l'hypothèse que la relation d'ordre correspond à l'ordre lexicographique usuel. `NULL` est hors programme.
Clef primaire.	Une clef primaire n'est pas forcément associée à un unique attribut même si c'est le cas le plus fréquent. La notion d'index est hors programme. On présente la notion de clef étrangère.
Requêtes `SELECT` avec simple clause `WHERE` (sélection), projection, renommage `AS`. Utilisation des mots-clefs `DISTINCT`, `LIMIT`, `OFFSET`, `ORDER BY`.	Les opérateurs au programme sont `+`, `-`, `*`, `/` (on passe outre les subtilités liées à la division entière ou flottante), `=`, `<>`, `<`, `<=`, `>`, `>=`, `AND`, `OR`, `NOT`.
Opérateurs ensemblistes `UNION`, `INTERSECT` et `EXCEPT`, produit cartésien.	
Jointures internes T_1 `JOIN` T_2 … `JOIN` T_n `ON` ϕ. Autojointure.	On présente les jointures en lien avec la notion de relations entre tables. On se limite aux équi-jointures : ϕ est une conjonction d'égalités. On fera le lien avec la notion de clef étrangère
Agrégation avec les fonctions `MIN`, `MAX`, `SUM`, `AVG` et `COUNT`, y compris avec `GROUP BY`.	Pour la mise en œuvre des agrégats, on s'en tient à la norme SQL99. On présente quelques exemples de requêtes imbriquées. On marque la différence entre `WHERE` et `HAVING` sur des exemples.

Mise en œuvre
La création de tables et la suppression de tables au travers du langage SQL sont hors programme. La mise en œuvre effective se fait au travers d'un logiciel permettant d'interroger une base de données à l'aide de requêtes SQL. Récupérer le résultat d'une requête à partir d'un programme n'est pas un objectif. Même si aucun formalisme graphique précis n'est au programme, on peut décrire les entités et les associations qui les lient au travers de diagrammes sagittaux informels. Sont hors programme : la notion de modèle logique *vs* physique, les bases de données non relationnelles, les méthodes de modélisation de base, les fragments DDL, TCL et ACL du langage SQL, les transactions, l'optimisation de requêtes par l'algèbre relationnelle.

3.2 Dictionnaires et algorithmes pour l'intelligence artificielle

Les dictionnaires sont utilisés en boîte noire dès la première année ; les principes de leur fonctionnement sont présentés en deuxième année.
Cette partie permet aussi de revisiter les notions de programmation et de représentation de données par un graphe, qui sont vues en première année, en les appliquant à des enjeux contemporains.

Notions	Commentaires
Dictionnaires, clefs et valeurs.	On présente les principes du hachage, et les limitations qui en découlent sur le domaine des clefs utilisables.
Usage des dictionnaires en programmation Python.	Syntaxe pour l'écriture des dictionnaires. Parcours d'un dictionnaire.
Algorithme des k plus proches voisins avec distance euclidienne.	Matrice de confusion. Lien avec l'apprentissage supervisé.
Algorithme des k-moyennes.	Lien avec l'apprentissage non-supervisé. La démonstration de la convergence n'est pas au programme. On observe des convergences vers des minima locaux.
Jeux d'accessibilité à deux joueurs sur un graphe. Stratégie. Stratégie gagnante. Position gagnante.	On considère des jeux à deux joueurs (J_1 et J_2) modélisés par des graphes bipartis (l'ensemble des états contrôlés par J_1 et l'ensemble des états contrôlés par J_2). Il y a trois types d'états finals : les états gagnants pour J_1, les états gagnants pour J_2 et les états de match nul. On ne considère que les stratégies sans mémoire.
Notion d'heuristique.	On présente la notion d'heuristique à partir d'exemples simples comme le problème du sac à dos.

Mise en œuvre
La connaissance dans le détail des algorithmes de cette section n'est pas un attendu du programme. Les étudiants acquièrent une familiarité avec les idées sous-jacentes qu'ils peuvent réinvestir dans des situations où les modélisations et les recommandations d'implémentation sont guidées, notamment dans leurs aspects arborescents.

3.3 Algorithmique numérique

Dans cette partie du programme, on présente des algorithmes numériques pour une approche pluri-disciplinaire. On se concentre sur la bonne compréhension de leur fonctionnement et la mise en avant de leur limites.
Ces algorithmes seront appliqués à des problématiques concrètes étudiées dans d'autres disciplines. On veillera à faire programmer par les étudiants les algorithmes étudiés.

Notions	Commentaires
Méthode d'Euler	Résolution approchée d'équations différentielles ordinaires d'ordre 1 et 2. Illustration de l'impact du pas sur la qualité de la solution obtenue.
Méthode de Gauss avec recherche partielle du pivot.	Résolution des systèmes linéaires inversibles. Erreurs d'arrondis et problème de la comparaison à zéro. On aura recours à une conception modulaire pour présenter cet algorithme.
Interpolation polynomiale de Lagrange.	Interpolation par morceaux.

Mise en œuvre
La connaissance dans le détail des algorithmes de cette section n'est toujours pas un attendu du programme.

A Langage Python

Cette annexe liste limitativement les éléments du langage Python (version 3 ou supérieure) dont la connaissance est exigible des étudiants. Aucun concept sous-jacent n'est exigible au titre de la présente annexe. Aucune connaissance sur un module particulier n'est exigible des étudiants.
Toute utilisation d'autres éléments du langage que ceux que liste cette annexe, ou d'une fonction d'un module, doit obligatoirement être accompagnée de la documentation utile, sans que puisse être attendue une quelconque maîtrise par les étudiants de ces éléments.

Traits généraux

- Typage dynamique : l'interpréteur détermine le type à la volée lors de l'exécution du code.
- Principe d'indentation.
- Portée lexicale : lorsqu'une expression fait référence à une variable à l'intérieur d'une fonction, Python cherche la valeur définie à l'intérieur de la fonction et à défaut la valeur dans l'espace global du module.
- Appel de fonction par valeur : l'exécution de $f(x)$ évalue d'abord x puis exécute f avec la valeur calculée.

Types de base

- Opérations sur les entiers (`int`) : `+`, `-`, `*`, `//`, `**`, `%` avec des opérandes positifs.
- Opérations sur les flottants (`float`) : `+`, `-`, `*`, `/`, `**`.
- Opérations sur les booléens (`bool`) : **`not`**, **`or`**, **`and`** (et leur caractère paresseux).
- Comparaisons `==`, `!=`, `<`, `>`, `<=`, `>=`.

Types structurés

- Structures indicées immuables (chaînes, tuples) : `len`, accès par indice positif valide, concaténation `+`, répétition `*`, tranche.
- Listes : création par compréhension `[`*e* **`for`** *x* **`in`** *s*`]`, par `[`*e*`] *` *n*, par `append` successifs; `len`, accès par indice positif valide; concaténation `+`, extraction de tranche, copie (y compris son caractère superficiel); `pop` en dernière position.
- Dictionnaires : création, accès, insertion, `len`, `copy`.

Structures de contrôle

- Instruction d'affectation avec `=`. Dépaquetage de tuples.
- Instruction conditionnelle : **`if`**, **`elif`**, **`else`**.
- Boucle **`while`** (sans **`else`**). **`break`**, **`return`** dans un corps de boucle.
- Boucle **`for`** (sans **`else`**) et itération sur `range(`*a*`,` *b*`)`, une chaîne, un tuple, une liste, un dictionnaire au travers des méthodes `keys` et `items`.
- Définition d'une fonction **`def`** $f(p_1, \ldots, p_n)$, **`return`**.

Divers

- Introduction d'un commentaire avec `#`.
- Utilisation simple de `print`, sans paramètre facultatif.
- Importation de modules avec **`import`** *module*, **`import`** *module* **`as`** *alias*, **`from`** *module* **`import`** $f, g, \ldots$
- Manipulation de fichiers texte (la documentation utile de ces fonctions doit être rappelée; tout problème relatif aux encodages est éludé) : `open`, `read`, `readline`, `readlines`, `split`, `write`, `close`.
- Assertion : `assert` (sans message d'erreur).