

Programme de colles n°15

Du 22/01 au 26/02

1 Équations différentielles

1.1 Équations différentielles linéaires du premier ordre

$$y' + a(x)y = b(x),$$

où a et b sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de \mathbb{R} .

CAPACITÉS :

- Résoudre l'équation homogène associée.
- Utiliser la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.

- Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation.

À ce stade, la résolution ne doit pas faire appel à un changement de variable.

- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

1.2 Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

$$ay'' + by' + cy = f(x),$$

où a, b, c sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} .

CAPACITÉS :

- Résoudre l'équation homogène associée.
- Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $Qe^{\gamma x}$ avec $(Q, \gamma) \in \mathbb{C}^2$.

- Passage dans \mathbb{C} pour déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre faisant intervenir des fonctions trigonométriques : $f(x) = Q \sin(\gamma x)$ ou $f(x) = Q \cos(\gamma x)$.

Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.

- Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Documents utilisés en classe

Cours : cours10.pdf

TD : TD10.pdf

Applications du cours

Question 1. Résoudre sur \mathbb{R} :

$$(1 + x^2)^2 y' + 2x(1 + x^2)y = 1.$$

Question 2. Déterminer une équation différentielle linéaire d'ordre 1 dont les fonctions

$$f :]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{\arcsin(x) + C}{\sqrt{1 - x^2}}$$

sont solutions.

Question 3. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle suivante :

$$y'' - y = e^x.$$