Lycée Louis Vincent
C. Scholl

Programme de colles n°20
Du 10/03 au 14/03

Calcul matriciel & Applications linéaires de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$

Calcul matriciel : Reprise du programme de colles précédent

1. Matrices : Opérations et propriétés
2. Matrices inversibles

Nouveau cette semaine :

1. Mise sous forme matricielle d'un système linéaire de n équations à p inconnues $AX = B$

Si A est inversible, alors
$$X = A^{-1}B.$$

2. Applications linéaires de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ - Première approche

Les notions sont à aborder d'un point de vue pratique/calculatoire pour le moment. Un chapitre sera consacré à l'étude des applications linéaires ultérieurement. Compétences exigibles :

1. Savoir définir $\operatorname{Vect}(\overrightarrow{u}_1, \dots, \overrightarrow{u_n})$ et déterminer si un vecteur $\overrightarrow{u}$ est ou non une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{u}_1, \dots, \overrightarrow{u_n}$.
2. Savoir déterminer l'expression de f telle que $\operatorname{Mat}_{\mathrm{can}}(f) = A$:
   Soit $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. On considère
   $$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{K}^p & \to & \mathbb{K}^n \\ X & \mapsto & AX \end{array}.$$
3. Savoir déterminer la matrice canoniquement associée à f connaissant son expression
4. Savoir calculer le rang de f
5. Savoir définir et déterminer $\operatorname{Ker}(f)$:
   $$\overrightarrow{X} \in \operatorname{Ker}(f) \iff f\left(\overrightarrow{X}\right) = \overrightarrow{0}.$$
6. Savoir définir et déterminer $\operatorname{Im}(f)$:
   $$\overrightarrow{Y} \in \operatorname{Im}(f) \iff \text{il existe } \overrightarrow{X} \in \mathbb{K}^p \text{ tel que } \overrightarrow{Y} = f\left(\overrightarrow{X}\right)$$
   $$\begin{aligned} \operatorname{Im}(f) &= \left\{ f\left(\overrightarrow{X}\right) \middle| \overrightarrow{X} \in \mathbb{K}^p \right\} \\ &= \text{l'ensemble des combinaisons linéaires de } C_1, \dots, C_n \\ &= \operatorname{Vect}(C_1, \dots, C_n) \end{aligned}$$
   où $C_1, \dots, C_n$ sont les colonnes de A.
7. Savoir déterminer l'équation ou les équations de $\operatorname{Im}(f)$.

Documents utilisés en classe

Cours : Cours Calcul matriciel

TD :TD Calcul matriciel