

## Programme de colles n°21

Du 18/03 au 22/03

# Suites réelles & Calcul matriciel & Systèmes linéaires

**Suites réelles : Reprise du programme de colles précédent**

**Nouveau cette semaine : Calcul matriciel**

1. MATRICES : OPÉRATIONS ET PROPRIÉTÉS

Ensemble des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K} : \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Matrices carrées, triangulaires, diagonales, symétriques, anti-symétriques.

Transposée d'une matrice.

Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.

Produit de deux matrices.

Formule du binôme de Newton : Soient  $n \in \mathbb{N}$  et  $A$  et  $B$  deux matrices carrées telles que  $AB = BA$ . On a :

$$(A + B)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} A^k B^{n-k}.$$

**Compétences :** Calculer les puissances de certaines matrices carrées (Conjecture+Récurrence ou Binôme de Newton (avec indications)).

2. MATRICE INVERSIBLE

Matrice carrée inversible. Inverse.

Groupe linéaire, noté  $GL_n(\mathbb{K})$ , ensemble des matrices inversibles de taille  $n$ .

Inverse du produit de deux matrices inversibles.

**Révisions : Étude pratique des systèmes linéaires**

1. VOCABULAIRE

Système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues - Systèmes équivalents - Système compatible - Système incompatible - Système homogène.

2. MÉTHODE DE GAUSS

Pivot de Gauss - Système échelonné ;

Résoudre un système linéaire en se ramenant à un système échelonné par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

3. SYSTÈMES PARAMÉTRÉS

Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.

4. SYSTÈMES LINÉAIRES CARRÉS

Déterminant d'un système  $2 \times 2$  - Déterminant d'un système  $3 \times 3$ .

**Théorème.** Soit  $(S)$  un système linéaire carré.

Si  $\det(S) \neq 0$ , le système  $(S)$  admet une unique solution.

Si  $\det(S) = 0$ , le système  $(S)$  admet soit une infinité de solutions, soit aucune solution.

**Documents utilisés en classe**

Cours :

Cours Suites réelles – Cours Calcul matriciel – Cours Systèmes linéaires

TD :

TD Suites réelles – TD Calcul matriciel – TD Systèmes linéaires