

Programme de colles n°22

Du 25/03 au 28/03

Calcul matriciel & Polynômes

Calcul matriciel : Reprise du programme de colles précédent

Polynômes

1. POLYNÔMES À UNE INDÉTERMINÉE

Ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans \mathbb{K} .

Opérations : somme, produit, composée.

Degré d'un polynôme

(Par convention, le degré du polynôme nul vaut $-\infty$).

Coefficient dominant. Polynôme unitaire.

Degré d'une somme et d'un produit :

$$\begin{aligned}\deg(P + Q) &\leq \max(\deg P, \deg Q) \\ \deg(PQ) &= \deg(P) + \deg(Q)\end{aligned}$$

Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n .

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

2. BASES DE L'ARITHMÉTIQUE DANS $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs et multiples.

Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$:

Soient A un polynôme et B un polynôme non nul. Il existe des polynômes Q et R uniques tels que

$$A = BQ + R \quad \text{et} \quad \deg R < \deg B$$

3. DÉRIVATION

Polynôme dérivée. Linéarité de la dérivation. Dérivée d'un produit. Dérivées d'ordre supérieur. Formule de Leibniz. Formule de Taylor.

4. RACINES

Racine d'un polynôme.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en a de l'ordre de multiplicité de la racine a .

Un polynôme non nul de degré n admet au plus n racines.

Polynôme scindé sur \mathbb{K} .

5. DÉCOMPOSITION EN FACTEURS IRRÉDUCTIBLES

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.

Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$.

Documents utilisés en classe

Cours :

cours16.pdf

TD :

TD16.pdf