Programme de colles n°24

Du 22/04 au 25/04

Applications linéaires & Matrices

Applications linéaires

1. Applications linéaires : définitions et opérations
2. Image et noyau d'une application linéaire
3. Rang d'une application linéaire
   Théorème du rang : Si E est de dimension finie et $f \in \mathscr{L}(E, F)$, alors f est de rang fini et
   $$\dim(E) = \dim(\mathrm{Ker}(f)) + \mathrm{rg}(f).$$
4. Isomorphismes
5. Représentation matricielle
   - ♦ Matrice d'une famille de vecteurs $\mathscr{F}$ dans une base $\mathscr{B}$: $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(\mathscr{F})$
   - ♦ Matrice d'une application linéaire f dans les bases $\mathscr{B}$ et $\mathscr{C}$: $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}\mathscr{C}}(f)$
   - ♦ Opérations :
     - ⋆ $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f+g) = \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f) + \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(g)$
     - ⋆ $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(\lambda f) = \lambda \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f)$
     - ⋆ $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{D}}(g \circ f) = \mathrm{Mat}_{\mathscr{C},\mathscr{D}}(g) \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(f)$
     - ⋆ f est un isomorphisme de E sur F si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}\mathscr{C}}(f)$ est inversible.
       Dans ce cas,
       $$\mathrm{Mat}_{\mathscr{C}\mathscr{B}}(f^{-1}) = (\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}\mathscr{C}}(f))^{-1}$$
6. Changements de bases
   - ♦ Matrice de passage de la base $\mathscr{B}$ à la base $\mathscr{B}'$:
     $$P_{\mathscr{B}}^{\mathscr{B}'} = \mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(\mathscr{B}').$$
   - ♦ **Formule de changement de bases :**
     <u>uniquement version endomorphisme</u>

     Soient $\mathscr{B}$, $\mathscr{B}'$ deux bases de E et $f \in \mathscr{L}(E)$.
     $$\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}'}(f) = \left(P_{\mathscr{B}}^{\mathscr{B}'}\right)^{-1} \times \mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(f) \times P_{\mathscr{B}}^{\mathscr{B}'}$$

Documents utilisés en classe :

cours18.pdf TD18.pdf