Programme de colles n°4

Du 07/10 au 11/10

Reprise du programme de colles précédent : Les fonctions trigonométriques

Nouveau : Calcul de limites et de dérivées - Étude de fonction

- Limites usuelles
- Limites d'une somme, d'un produit, d'un quotient
- Limites d'une fraction rationnelle aux bornes de son domaine de définition et interprétation graphique
- Composée de deux fonctions - Limite d'une fonction composée
- Théorème d'encadrement (limite finie) - Théorème de comparaison (limite infinie)
- Croissances comparées
- Utilisation de l'expression conjuguée pour lever les formes indéterminées du type $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$:

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a-b}.$$

- Définition du nombre dérivé de f en a - Taux d'accroissement
- Équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a
- Dérivées usuelles
- Dérivées et opérations (somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient)
- Dérivée d'une composée

Documents utilisés en classe

Cours : cours4.pdf

TD : TD4.pdf

Tourner la page svp

Questions de cours & Applications

Question 1. *La fonction cosinus (représentation graphique et dérivée) - Formules de factorisation :* $\cos(p) \pm \cos(q)$.

Exercice : Calculer les limites aux bornes du domaine de définition :

$$f(x) = \frac{3x-1}{x^2-2x+1}$$

et interpréter graphiquement ces limites.

Question 2. *La fonction sinus (représentation graphique et dérivée) - Formules de factorisation :* $\sin(p) \pm \sin(q)$.

Exercice : Calculer les limites aux bornes du domaine de définition :

$$f(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x^2-2x+1}$$

et interpréter graphiquement ces limites.

Question 3. *La fonction tangente (définition, représentation graphique et dérivée) - Formules :* $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(2a)$ *et* $\sin(2a)$.

Exercice : Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \quad \text{et} \quad \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}.$$

Question 4. *4 dérivées usuelles + Équation de la tangente à* $\mathscr{C}_f$ *au point d'abscisse* a.

Exercice : Soit $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$.
(1) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f.
(2) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.

Question 5. *Formule « Dérivée de* $f(u(x))$ *» + Cas particuliers dérivées de* $u(x)^n$, $\sqrt{u(x)}$, $e^{u(x)}$, $\ln(u(x))$, $\sin(u(x))$ *et* $\cos(u(x))$.

Exercice : Déterminer le domaine de définition, l'expression de la dérivée ainsi que le domaine de dérivabilité des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x^2-3x+2} \quad \text{et} \quad g(x) = \ln\left(1-x^2\right).$$