Programme de colles n°5

Du 16/10 au 20/10

Reprise du programme de colles précédent :

Calcul de limites et de dérivées

Nouveau : Calcul de primitives

- Définition du nombre dérivé de f en a - Taux d'accroissement
- Équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a
- Dérivées usuelles
- Dérivées et opérations (somme, multiplication par un scalaire, produit, quotient)
- Dérivée d'une composée
- Définition «$F(x)$ est une primitive de $f(x)$ sur l'intervalle I»
- Primitives usuelles
- Primitives et opérations
- Calcul d'intégrales
- Formule d'intégration par parties :

$$\boxed{\int_a^b u(x)v'(x)\,\mathrm{d}x = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x}$$

Documents utilisés en classe

Cours : cours4.pdf

TD : TD4.pdf

Questions de cours & Applications

Question 1. *4 dérivées usuelles + Définition du nombre dérivé de f en a + Équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a.*

Exercice : Soit $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$.
(1) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f.
(2) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e.

Question 2. *4 primitives usuelles + Formule d'intégration par parties.*

Exercice : Calculer

$$I = \int_0^1 (2x+1)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$$

ou

$$J = \int_1^{\mathrm{e}} \ln(x)\,\mathrm{d}x.$$

Question 3. *Énoncés : théorèmes d'encadrement ou de comparaison.*

Exercice : Déterminer la limite en $+\infty$ de $f(x) = x^2 - x\cos(x)$ ou déterminer la limite en $-\infty$ de $g(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$.

Question 4. *Formule « Dérivée de $f(u(x))$ » + Cas particuliers dérivées de $u(x)^n$, $\sqrt{u(x)}$, $e^{u(x)}$, $\ln(u(x))$, $\sin(u(x))$ et $\cos(u(x))$.*

Exercice : Soit $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f.
2. Montrer qu'il existe a et b des réels tels que

$$f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} \quad \text{pour tout } x \in D_f.$$

3. En déduire l'expression d'une primitive de f sur l'intervalle $]-1,1[$.