

## Programme de colles n°6

Du 06/11 au 10/11

**Reprise du programme de colles précédent :**  
**Limites, dérivées et primitives (et notamment intégration par parties)**

**Nouveau cette semaine : Sommes & produits**

### Contenu

Notations et règles de calcul.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Les expressions de  $\binom{n}{0}$ ,  $\binom{n}{1}$ ,  $\binom{n}{2}$  sont à connaître.

Triangle de Pascal. Formule du binôme de Newton.

Formules à connaître : Soient  $m, n$  deux entiers naturels tels que  $m \leq n$  et  $q$  un nombre complexe différent de 1 :

$$\sum_{k=m}^n 1 = n - m + 1$$

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

### Capacités & commentaires

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles  $\Sigma$  et  $\Pi$  sur des exemples de difficulté raisonnable.

### Documents utilisés en classe

Cours : cours5.pdf

TD : TD5.pdf

Révisions vacances : guide.pdf

### Questions de cours

**Question 1.** Formule de  $\sum_{k=0}^n k$  et démonstration (récurrence).

**Question 2.** Formule de  $\sum_{k=0}^n k^2$  et démonstration (récurrence).

**Question 3.** Formule de  $\sum_{k=0}^n q^k$  et démonstration dans le cas  $q \neq 1$  (récurrence).

**Question 4.** Définitions  $n!$  et  $\binom{n}{p}$  - Formule du binôme de Newton.

Application numérique : Développer une expression du type  $(a+b)^n$  avec  $a, b, n$  donnés et calculer un coefficient binomial.

**Question 5.** Formule de Pascal  $\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$  et démonstration.