

Séance d'AP du 06/12/2024

Cercles

Exercice 1. On considère les points $A(9, 3)$, $B(-3, 7)$ et $C(-2, -3)$ du plan et la partie définie par

$$\mathcal{C} : x^2 - 8x + y^2 - 6y + 20 = 0.$$

1. Déterminer la nature géométrique de \mathcal{C} .
2. Déterminer l'intersection entre \mathcal{C} et la droite (AB) .
3. Déterminer l'intersection entre \mathcal{C} et la droite (AC) .

Exercice 2. On considère les points $A(-4, 3)$, $B(2, 1)$, $C(-5, 4)$ et $D(-3, -2)$ du plan.

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$.
2. Déterminer l'intersection entre le cercle \mathcal{C} et la droite (CD) .

Exercice 3. On fixe $m \in \mathbb{R}$ et on considère les parties du plan définies par

$$\mathcal{D} : x + y = 3, \quad \mathcal{C}_m : x^2 + y^2 - 4x + 2y = m$$

1. Déterminer la nature géométrique de \mathcal{C}_m en fonction du paramètre m .
2. Déterminer la nature de l'intersection de \mathcal{D} avec \mathcal{C}_m en fonction de m .

Exercice 4. On considère les trois parties du plan définies par

$$\mathcal{C}_1 : x^2 + 2x + y^2 = 0, \quad \mathcal{C}_2 : x^2 + 4x + y^2 + 2y = 0, \quad \mathcal{C}_3 : x^2 + 4x + y^2 + 2y = 4.$$

1. Déterminer la nature géométrique de \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 et \mathcal{C}_3 .

2. Déterminer les intersections $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_2 \cap \mathcal{C}_3$.

Exercice 5. On considère les points $A(-1, 2)$, $B(6, 6)$ et $C(5, -2)$ du plan.

1. Déterminer une équation cartésienne de chaque médiatrice du triangle ABC .
2. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit du triangle ABC .
3. Déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC .

Exercice 6. On considère les points $A(-3, 3)$, $B(-1, 3)$ et $C(-1, -1)$ du plan.

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} passant par A , B et C .
2. Déterminer le centre et la rayon du cercle \mathcal{C} .

Etude de fonctions

1. $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

Indication : On montrera que \mathcal{C}_f admet une asymptote oblique d'équation $y = -x$ au voisinage de $+\infty$.

2. $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

Indication : On montrera que f est une fonction impaire.

3. $f(x) = \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$.