

Pour s'entraîner

Primitives et intégrales

Exercice 1. Soient les fonctions f et F définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 3x$ et $F(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$.

1. Vérifier que F est une primitive de f .
2. Déterminer la primitive de f sur \mathbb{R} qui s'annule pour $x_0 = -1$

Exercice 2. Soit F et G les fonctions définies sur $] -1; +\infty[$ par : $F(x) = \frac{3x^2 + 4x}{x + 1}$ et $G(x) = \frac{3x^2 - x - 5}{x + 1}$
 F et G sont-elles primitives d'une même fonction f sur l'intervalle $] -1; +\infty[$.

Exercice 3. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. $x \mapsto -3$
2. $x \mapsto 2x - \frac{1}{3}$
3. $x \mapsto \frac{x^2}{3} - x$
4. $x \mapsto 3x^2 + \frac{2x}{3} - 7$

Exercice 4. Déterminer sur $]0; +\infty[$ la primitive de F de la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$ vérifiant $F(1) = -1$.

Exercice 5. Déterminer sur \mathbb{R} la primitive de F de la fonction définie par $f(x) = \exp(x)$ vérifiant $F(0) = e$.

Exercice 6. Déterminer sur \mathbb{R} la primitive de F de la fonction définie par $f(x) = 3x^2 - 2x$ vérifiant $F(1) = 2$.

Exercice 7. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. $x \mapsto \frac{1}{(x+2)^2}$ sur $] -\infty; -2[$
2. $x \mapsto \frac{2}{(x+3)^2}$ sur $] -3; +\infty[$

Exercice 8. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. $x \mapsto \frac{x}{(x^2+2)^3}$ sur \mathbb{R}

2. $x \mapsto \frac{3x^2}{(x^3-1)^4}$ sur $]1; +\infty[$

Exercice 9. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. $x \mapsto \exp(x) - 2\exp(-x)$
2. $x \mapsto \frac{2x}{(x^2+3)^2}$
3. $x \mapsto \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$
4. $x \mapsto \frac{9x^2-3}{(x^3-x)^2}$

Exercice 10. Calculer les intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_{-2}^1 (-x^2 - 2x + 1) dx$
2. $I_2 = \int_{-1}^1 (3x^2 - 4x + 5) dx$
3. $I_3 = \int_1^3 \frac{4}{x^2} dx$
4. $I_4 = \int_{-2}^2 (3t^2 - 1) dt$
5. $I_5 = \int_1^3 \left(2u - 1 + \frac{1}{u^2} \right) du$
6. $I_6 = \int_0^{2013} \frac{4}{x^{2014}} dt$

Exercice 11. Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes à l'aide d'une primitive.

1. $I_1 = \int_{-1}^4 (x-1)^2 dx$

$$2. I_2 = \int_1^2 \frac{1}{(2x-1)^2} dx$$

$$3. I_3 = \int_0^\pi e^{\cos(t)} \sin(t) dt$$

$$4. I_4 = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{x^2-1}{x} dx$$

$$5. I_5 = \int_{-4}^{-3} \frac{x+1}{(x^2+2x)^2} dx$$

$$6. I_6 = \int_{-2}^1 u(u^2-1)^2 du$$

$$7. I_7 = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$$

$$8. I_8 = \int_{-1}^1 e^{t+e^t} dt$$

Exercice 12. En remarquant que pour tout réel t , $t^3 = t^3 + t - t$, calculer la valeur de : $I = \int_0^1 \frac{t^3}{t^2+1} dt$.

Exercice 13. Calculer l'intégrale suivante : $I = \int_1^2 \frac{3u^2+2u-1}{u} du$.

Exercice 14. Calculer les intégrales suivantes :

$$1. \int_1^2 4xe^{3x-1} dx$$

$$2. \int_0^1 xe^{4+5x} dx$$

$$3. \int_0^1 -xe^x dx$$

$$4. \int_{-1}^1 (x+3)e^{-x} dx$$

Exercice 15. Calculer les intégrales suivantes :

$$1. \int_{-1}^1 2x^3 e^{x^2-1} dx$$

$$2. \int_0^1 \frac{x}{(5x+3)^2} dx$$

$$3. \int_{-1}^0 \frac{5x}{(3x-9)^3} dx$$

Exercice 16. Calculer les intégrales suivantes :

$$1. \int_{-1}^3 3x^3 e^{x^2} dx$$

$$2. \int_0^2 4(2x+1)^3 e^{x^2+x-1} dx$$

Exercice 17. Calculer les intégrales données à l'aide d'une double intégration par partie :

$$1. \int_{-1}^3 \frac{3}{2} x^5 e^{x^2} dx$$

$$2. \int_{-1}^0 x^5 e^{x^2-1} dx$$

$$3. \int_{-1}^3 x^5 (x^2-4)^3 dx$$

$$4. \int_0^1 \frac{36x^5}{(2-3x^2)^4} dx$$