

Programme de colles n°11

Du 08/12 au 12/12

Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles

1. ÉTUDE D'UNE FONCTION f EN AUTONOMIE

- (a) Domaine de définition
- (b) Parité/Périodicité - Domaine d'étude
- (c) Limites aux bornes du domaine d'étude - Interprétation graphique
- (d) Calcul de $f'(x)$
- (e) Étude du signe de $f'(x)$ - Tableau de variations de f
- (f) Représentation graphique

2. GÉNÉRALITÉS

- (a) Fonctions
- (b) Représentation graphique
- (c) Parité et périodicité
- (d) Variations, extrema
- (e) Injection, surjection, bijection
Théorème de la bijection

3. DÉRIVATION

- (a) Dérivées des fonctions usuelles
- (b) Dérivées et opérations
Notamment *composition*
- (c) Sens de variation
- (d) Dérivée d'une fonction réciproque

4. FONCTIONS USUELLES

- (a) Valeur absolue (révisions).

- (b) Fonctions exponentielles, logarithme népérien, puissances, cos, sin, tan (révisions).
- (c) Fonctions circulaires réciproques : arcsin, arccos, arctan (nouveau).

Documents utilisés en classe

Cours : cours7.pdf

TD : TD7.pdf

Questions de cours

Question 1. Cours : Fonction arcsin (définition, représentation graphique, propriétés, dérivée). Démonstration : Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$,

$$\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}.$$

Question 2. Cours : Fonction arccos (définition, représentation graphique, propriétés, dérivée). Démonstration : Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$,

$$\sin(\arccos(x)) = \sqrt{1 - x^2}.$$

Question 3. Cours : Fonction arctan (définition, représentation graphique, propriétés, dérivée). Exercice : Déterminer une primitive de $f(x) = \arctan(x)$ à l'aide d'une intégration par parties.

Question 4. Cours : Théorème de la bijection

Exercice : Montrer que f est bijective (en précisant l'intervalle J) et déterminer f^{-1} lorsque $f : \mathbb{R} \rightarrow J$.

$$x \mapsto \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

Question 5. Étudier et représenter la fonction $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

Indication : On montrera que f est π -périodique.