Programme de colles n°12

Du 15/12 au 19/12

Géométrie élémentaire du plan

1. Repérage dans le plan
2. Produit scalaire
   Expression du produit scalaire de deux vecteurs dans une base orthonormée

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = xx' + yy'$$

   et caractérisation de l'orthogonalité :

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0 \iff \overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}.$$

3. Déterminant dans une base orthonormée directe
   Expression du déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée directe

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$

   et caractérisation de la colinéarité :

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = 0 \iff \overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont colinéaires.}$$

4. Droites

- Représentations de droites
  Définition, vecteur directeur, vecteur normal - Équation cartésienne et représentation paramétrique.
  Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et réciproquement - Déterminer l'intersection de deux droites.
- Droites remarquables du triangle
  Définition et construction : hauteurs - orthocentre - médiatrices - centre du cercle cirsconscrit - médianes - centre de gravité - bissectrices - centre du cercle inscrit.
- Distance Point/Droite

5. Cercles
   Définition, équation cartésienne, représentation paramétrique.
   Reconnaître une équation cartésienne de cercle - Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon - Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation

Documents utilisés en classe

Cours : cours8.pdf

TD : TD8.pdf

Droites : droites.pdf

Questions de cours et applications sur 5 points

Question 1. Cours : Déterminant (définition géométrique, expression analytique, interprétation géométrique, caractérisation de la colinéarité de deux vecteurs).
Exercice : Soient $A = (-1, 1)$, $B = (3, -1)$ et $C = (1, 4)$.
1. Déterminer l'aire du triangle ABC.
2. En déduire la distance du point A à la droite (BC).

Question 2. Cours : Produit scalaire (définition géométrique, expression analytique, caractérisation de l'orthogonalité de deux vecteurs).
Exercice : Soient $m \in \mathbb{R}$ et

$$\overrightarrow{u}_m = \begin{pmatrix} m-2 \\ m^2 - m \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{v}_m = \begin{pmatrix} m \\ m-1 \end{pmatrix}.$$

Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur m pour que $\overrightarrow{u}_m$ et $\overrightarrow{v}_m$ soient orthogonaux. On raisonnera par équivalence.

Question 3. Cours : Représentations paramétrique et cartésienne d'une droite.
Exercice : Soient $A(1, 5)$ et $\mathscr{D} : x + 2y - 1 = 0$.
1. Décrire $\mathscr{D}$.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite $\mathscr{D}$.
3. En déduire les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur la droite $\mathscr{D}$.

Question 4. Cours : Équation cartésienne d'un cercle et distance d'un point à une droite.
Exercice : Soient

$$\mathscr{A} : x^2 + y^2 - x + y - 5 = 0$$
$$\mathscr{B} : x^2 + y^2 - y + 1 = 0$$
$$\mathscr{C} : x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$$

1. Décrire les ensembles $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ et $\mathscr{C}$.
2. Soit $\mathscr{D} :\ x - 2y - 8 = 0$. Déterminer la distance de $\mathscr{C}$ à $\mathscr{D}$.