

Programme de colles n°13

Du 05/01 au 09/01

1 Reprise du programme précédent : Géométrie élémentaire du plan

2 Nouveau : Logique et ensembles

- LOGIQUE :
Proposition - Construction de propositions : négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence.
- ENSEMBLES :
Ensembles usuels - Ensemble, élément et sous-ensemble - Produit cartésien - Quantificateurs - Négation d'une proposition - Ensemble des parties d'un ensemble.
- MÉTHODES DE DÉMONSTRATION :
Raisonnement par implication - Raisonnement par équivalence - Raisonnement par l'absurde - Contraposée - Disjonction des cas - Récurrence - Analyse/Synthèse.

Documents utilisés en classe

Cours : Géométrie élémentaire du plan - Logique et ensembles

TD : Géométrie élémentaire de l'espace - Logique et ensembles

Questions de cours

Question 1. Cours : Définitions de : Implication I - Contraposée de I - Négation de I - Réciproque de I .

Exercice : Soit

$$I : xy = 0 \implies (x = 0 \text{ ou } y = 0).$$

Écrire la contraposée C , la négation N et la réciproque R de l'implication I .

Question 2. Cours : Représentations paramétrique et cartésienne d'une droite.
Exercice : Soient $A(1, 5)$ et $\mathcal{D} : x + 2y - 1 = 0$.

- Décrire \mathcal{D} .
- Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite \mathcal{D} .
- En déduire les coordonnées du point H , projeté orthogonal du point A sur la droite \mathcal{D} .

Question 3. Cours : Équation cartésienne d'un cercle et distance d'un point à une droite.

Exercice : Soient

$$\mathcal{A} : x^2 + y^2 - x + y - 5 = 0$$

$$\mathcal{B} : x^2 + y^2 - y + 1 = 0$$

$$\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$$

- Décrire les ensembles \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} .
- Soit $\mathcal{D} : x - 2y - 8 = 0$. Déterminer la distance de \mathcal{C} à \mathcal{D} .

Question 4. Cours : Intersection d'un cercle et d'une droite.

Exercice : Soient

$$\mathcal{C} : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 8,$$

$$\mathcal{D}_1 : x + y - 4 = 0,$$

$$\mathcal{D}_2 : x - 3y - 7 = 0,$$

$$\mathcal{D}_3 : 2x - 3y + 1 = 0.$$

1. Décrire \mathcal{C} .
2. Déterminer la nature de $\mathcal{D}_1 \cap \mathcal{C}$ ou de $\mathcal{D}_2 \cap \mathcal{C}$ ou de $\mathcal{D}_3 \cap \mathcal{C}$?