

Programme de colles n°16 Du 26/01 au 30/01

Reprise du programme de colles précédent : Géométrie élémentaire de l'espace

1. REPÉRAGE DANS L'ESPACE :
Repère orthonormal direct de l'espace - Coordonnées cartésiennes.
2. PRODUIT SCALAIRE :
Définition géométrique - Bilinéarité et symétrie - Expression dans une base orthonormale directe.
3. PRODUIT VECTORIEL DANS L'ESPACE ORIENTÉ :
Définition géométrique - Bilinéarité et antisymétrie - Expression dans une base orthonormale directe.
4. PRODUIT MIXTE DANS L'ESPACE ORIENTÉ :
Définition - Interpréter $|\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}|$ comme le volume du parallélépipède engendré par \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} - Trilinéarité et antisymétrie - Expression dans une base orthonormale directe.
5. PLANS :
Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.
Déterminer une équation cartésienne ou une représentation paramétrique. Passer d'une représentation à l'autre.
6. DROITES :
Définition.
Déterminer une représentation paramétrique ou un système d'équations cartésiennes d'une droite. Passer d'une représentation à l'autre.
7. (NOUVEAU) DISTANCES ET PROJETÉS ORTHOGONAUX :
Distance d'un point à un plan - Distance d'un point à une droite.
Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite.
8. (NOUVEAU) SPHÈRES :

Définition - Équation cartésienne d'une sphère - Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

1 Raisonnements par récurrence

1. RÉCURRENCE SIMPLE
2. RÉCURRENCE DOUBLE
3. RÉCURRENCE FINIE
4. RÉCURRENCE FORTE

Documents utilisés en classe

Cours : Géométrie élémentaire de l'espace - Récurrences

TD : Géométrie élémentaire de l'espace - Récurrences

Questions de cours + une récurrence à préparer

Cours

- Représentations (cartésienne et paramétrique) : plan
- Représentations (cartésienne et paramétrique) : droite
- Équation cartésienne d'une sphère + Intersection sphère/plan
- Distance : Point/point - Point/plan - Point/droite

Exercice 1 (récurrence simple)

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Exercice 2 (récurrence double)

On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 1$ et $u_1 = 2$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = (2n+5)u_{n+1} - (n+2)^2 u_n.$$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = (n+1)!$.

Exercice 3 (récurrence forte)

On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 1$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n.$$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $u_n = 2^{n-1}$.