Lycée Louis Vincent
C. Scholl



**Programme de colles n°20**

**Du 09/03 au 13/03**

# Calcul matriciel (partie 1) & Résolution de systèmes linéaires

## Calcul matriciel

**Matrices : Opérations et Propriétés**

- Ensemble des matrices à $n$ lignes et $p$ colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$ : $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
- Matrices carrées, triangulaires, diagonales, symétriques, anti-symétriques.
- Transposée d'une matrice.
- Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.
- Produit de deux matrices : Le produit de deux matrices ne peut se définir que si le nombre de colonnes de la première matrice est égal au nombre de lignes de la deuxième matrice. Dans ce cas, si $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{K})$ et $B = (b_{ij}) \in \mathcal{M}_{m,p}(\mathbb{K})$, alors leur produit $AB = (c_{ij}) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ est donné par :

$$\forall i \in [\![1, n]\!], \forall j \in [\![1, p]\!], \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}.$$

- Formule du binôme de Newton : *Soient $n \in \mathbb{N}$ et $A$ et $B$ deux matrices carrées telles que $AB = BA$. On a :*

$$(A + B)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^k B^{n-k}.$$

**Compétences** : *Calculer les puissances de certaines matrices carrées (Conjecture+Récurrence ou Binôme de Newton (avec indications)).*

**Matrice inversible**

- Matrice carrée inversible. Inverse.
- Groupe linéaire, noté $GL_n(\mathbb{K})$, ensemble des matrices inversibles de taille $n$.
- Inverse du produit de deux matrices inversibles.

## Révisions : Résolution de systèmes linéaires

- Vocabulaire
- Méthode de Gauss
- Systèmes paramétrés
- Systèmes linéaires carrés

**Théorème.** *Soit $(S)$ un sytème linéaire carré.*

*Si* $\det(S) \neq 0$, *le système $(S)$ admet une unique solution.*

*Si* $\det(S) = 0$, *le système $(S)$ admet soit une infinité de solutions, soit aucune solution.*

## Documents utilisés en classe

Cours : Cours Calcul matriciel – Cours Résolution de systèmes linéaires

TD : TD Calcul matriciel – TD Résolution de systèmes linéaires