Programme de colles n°22
Du 24/03 au 28/03

Matrices / Polynômes / Sous-espaces vectoriels

Au programme : Première partie « Espaces et sous-espaces vectoriels »

https://tsimaths.lycee-louis-vincent.fr/cours17.pdf
https://tsimaths.lycee-louis-vincent.fr/TD17.pdf

Savoir définir les notions suivantes :

- F est un sous-espace vectoriel de E,
- $\mathrm{Vect}\left(\overrightarrow{x_1}, \ldots, \overrightarrow{x_n}\right)$,
- $\overrightarrow{y} \in \mathrm{Vect}\left(\overrightarrow{x_1}, \ldots, \overrightarrow{x_n}\right)$,
- $\vec{y} \in F + G$.

À connaître :

- $\mathbb{R}$-espaces vectoriels de référence : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$, $(\mathbb{C}, +, \cdot)$, $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$, $\left(\mathbb{R}^{\mathbb{N}}, +, \cdot\right)$, $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}), +, \cdot)$, $(\mathbb{K}[X], +, \cdot)$, $(\mathscr{F}(I, \mathbb{R}), +, \cdot)$
- $\mathbb{C}$-espaces vectoriels de référence : $(\mathbb{C}, +, \cdot)$, $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{C}), +, \cdot)$, $(\mathbb{C}[X], +, \cdot)$
- L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues (à coefficients dans $\mathbb{K}$) est un sous-espace vectoriel de $(\mathbb{K}^p, +, \cdot)$.
- L'ensemble des solutions sur un intervalle I d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de $(\mathscr{F}(I, \mathbb{R}), +, \cdot)$.
- Soient $(E, +, \cdot)$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel et $\overrightarrow{x_1}, \ldots, \overrightarrow{x_n}$ des vecteurs de E. Alors $\mathrm{Vect}\left(\overrightarrow{x_1}, \ldots, \overrightarrow{x_n}\right)$ est un sous-espace vectoriel de E.
- Si F, G deux sous-espaces vectoriels de E, alors $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de E.
- Si F, G deux sous-espaces vectoriels de E, alors $F + G$ est un sous-espace vectoriel de E.

Démonstrations exigibles :

Soit $(E, +, \cdot)$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

- Soient $\vec{v_1}, \ldots, \vec{v_n}$ n vecteurs de E. Alors $\mathrm{Vect}\left(\vec{v_1}, \ldots, \vec{v}_n\right)$ est un sous-espace vectoriel de E.
- Soient F, G deux sous-espaces vectoriels de E. Alors $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de E.
- Soient F, G deux sous-espaces vectoriels de E. Alors $F + G$ est un sous-espace vectoriel de E.

Exercices traités en classe : Exercices 1 à 5 du TD17